



Cuarto curso. Opción aplicadas. (4 periodos semanales distribuidos idealmente en 2+2)

Edad ideal => 15 años para 16.

Se ruega dimensionar los deberes para casa teniendo en cuenta que el alumno ha de estudiar cada tarde DOS horas y MEDIA que dedicará a todas las asignaturas de la secundaria (no solo a matemáticas).

Se permite el uso de CALCULADORA¹.

Primera evaluación (11 semanas)

²Estadística unidimensional (3,5 semanas)

Añadir, a la ordenación de datos estudiada en cursos pasados, las frecuencias relativas y las frecuencias acumuladas relativas, además de su utilidad³ en el cálculo de medidas de centralización, posición y dispersión. Añadir también el cálculo de percentiles⁴ en las medidas de posición y mantener los diagramas de cajas en los gráficos estadísticos.

Representatividad de una distribución por su media y desviación típica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetrías y valores atípicos. Emparejamiento de datos de distribuciones dadas como un grupo de gráficos estadísticos y un grupo de medias y desviaciones típicas. Coeficiente de variación y su utilidad para comparar distribuciones heterogéneas. Constatación de que el coeficiente de variación no es más que un tanto por uno (la media reducida a 1).

Realización de ejercicios con y sin calculadora, con y sin hoja de cálculo.

Probabilidad (3,5 semanas)

En una experiencia simple no regular⁵, cálculo de probabilidades a posteriori de sucesos elementales a través de la frecuencia relativa y la ley de los grandes números⁶.

¹ Se recomienda que todos los alumnos adquieran una calculadora que facilite las explicaciones en clase y que les valga para todo su paso por la Enseñanza Secundaria. La propuesta es la calculadora Casio fx-991SP u otra de similares prestaciones y manejo.

² Se empieza por los bloques de estadística, probabilidad y geometría para gradar incrementalmente los contenidos respecto a 1º, 2º y 3º de ESO en el mismo trimestre, posibilitando así el repaso de la materia para los alumnos con la asignatura pendiente.

³ La utilidad radica en que la frecuencia relativa ya viene dividida por el número de la muestra y hace más rápidos los cálculos. El convenio es nombrar f_i a las frecuencias relativas y FA_i a las frecuencias relativas acumuladas.

⁴ Para el cálculo del percentil $j\%$ de una distribución continua, previamente se debe buscar (en la columna de frecuencias absolutas acumuladas FA) en qué intervalo se encuentra $\frac{N \cdot j}{100}$; una vez identificado el intervalo $[L_i, L_{i+1})$, se

aplica la fórmula $P_j = L_i + \frac{\frac{N \cdot j}{100} - FA_{i-1}}{F_i} \cdot a_i$, donde $a_i = L_{i+1} - L_i$ es la amplitud del intervalo. Nota: obviamente, $Q_1 = P_{25}$, $Q_2 = Me = P_{50}$ y $Q_3 = P_{75}$.

⁵ En 3º de ESO ya se vio que una experiencia regular es aquella en la que todos los elementos involucrados tienen la misma posibilidad de ser observados, pudiendo emplear la ley de Laplace para calcular las probabilidades de sus sucesos elementales (probabilidad a priori o teórica).

⁶ Se dejó pendiente de 3º ESO hasta ver en 4º la frecuencia relativa. Se pretende que el alumno entienda la base teórica del dato experimental que se ofrece en los ejercicios. La ley de los grandes números se enseña de manera



Distinción entre experiencias aleatorias compuestas de **dos tipos**⁷: **I)** una experiencia aleatoria simple convertida en compuesta al observar varias características de los objetos/sujetos implicados => ejemplos de lanzamiento sencillo de un dado numerado y coloreado, extracción sencilla de cartas en una baraja fijándose en palo y número o de bolas en una urna llena de bolas de colores y numeradas, estudio del color de ojos y el color de pelo en un grupo de personas...; **II)** una experiencia compuesta formada por varias experiencias simples encadenadas => ejemplos observando una única característica en lanzamientos múltiples de monedas, de dados, de chinchetas y en extracciones sucesivas de cartas en una baraja o de bolas en una urna o extracciones sucesivas de elementos en una cadena de producción, una extracción de carta tras un lanzamiento de dado⁸... Casuística de la experiencia compuesta a través de diagramas de árbol. Espacio muestral de sucesos elementales correspondiente a una experiencia compuesta⁹. Constatación de que, con los mismos objetos, el espacio muestral de sucesos elementales será distinto dependiendo de la experiencia compuesta que se defina¹⁰. En una experiencia compuesta, suceso compuesto por unión de sucesos elementales¹¹. En una experiencia compuesta, suceso compuesto por unión o intersección de otros sucesos compuestos¹². Suceso contrario. Sucesos compuestos compatibles y sucesos compuestos incompatibles. Constatación de que los sucesos elementales del espacio muestral de cualquier experimento compuesto son incompatibles por definición¹³. Álgebra de sucesos en una

intuitiva, pues aún no se ha dado el concepto de límite. Ejercicios como “¿Qué harías para conseguir saber la probabilidad de sacar dos seises en un dado trucado del que desconoces las características?” requieren una contestación teórica que incluya en su redacción 5 conceptos: experimento regular, probabilidad a priori (teórica), ley de Laplace, probabilidad a posteriori (experimental), ley de los grandes números. Nota: cuando las probabilidades se facilitan en porcentajes, obviamente se habla de probabilidad a posteriori pues no conocemos cuántos elementos ha habido involucrados para calcular casos favorables y casos posibles (ejemplo: “una urna con el 45% de bolas rojas, 23% de bolas amarillas y el resto bolas verdes).

⁷ En 4º de ESO se verán los dos tipos de experiencias compuestas para hallar espacios muestrales, sin embargo, para trabajar con probabilidades, solo se abordarán las de tipo I) en tablas de contingencia y las de tipo II) en árboles de posibilidades.

⁸ Ejemplo: “se lanza una moneda y se extrae una carta de la baraja para observar el lado de la moneda y el palo de la baraja”. ¡Ojo! Enunciados condicionados se dejan para bachillerato => ejemplo: “se lanza una moneda, si sale cara se extrae carta de la baraja para observar el palo, si sale cruz se lanza un dado para observar el número”.

⁹ Los sucesos elementales de una experiencia compuesta son la intersección de sucesos elementales de las experiencias simples que lo componen. Se espera que el alumno haga ejercicios variados, incluidos (y no solo) aquellos derivados de experiencias dicotómicas repetidas.

¹⁰ Ejemplo: extraemos una carta de una baraja española ampliada y nos fijamos en el número y en el palo => $\Omega = \{1\text{oros}, 1\text{copas}, 1\text{espadas}, 1\text{bastos}, 2\text{oros}, 2\text{copas}, \dots, 12\text{oros}, 12\text{copas}, 12\text{espadas}, 12\text{bastos}\}$; extraemos una carta de una baraja española ampliada y nos fijamos en el palo y si pinta figura o no => $\Omega' = \{\text{OrosFigura}, \text{OrosNoFigura}, \text{CopasFigura}, \text{CopasNoFigura}, \text{EspadasFigura}, \text{EspadasNoFigura}, \text{BastosFigura}, \text{BastosNoFigura}\}$. En ambos casos los elementos coinciden (las cartas de la baraja española ampliada) pero los espacios muestrales difieren porque dependen de la experiencia aleatoria definida. Otro ejemplo: lanzamos un dado y una chincheta para mirar el número del dado y si la chincheta cae hacia arriba o hacia abajo => $\Omega = \{1\text{arriba}, 1\text{abajo}, 2\text{arriba}, 2\text{abajo}, 3\text{arriba}, 3\text{abajo}, 4\text{arriba}, 4\text{abajo}, 5\text{arriba}, 5\text{abajo}, 6\text{arriba}, 6\text{abajo}\}$; lanzamos un dado y una chincheta para mirar si es par o impar y si la chincheta cae hacia arriba o hacia abajo => $\Omega = \{\text{ParArriba}, \text{ImparArriba}, \text{ParAbajo}, \text{ImparAbajo}\}$. Igual que antes los elementos coinciden (un dado y una chincheta) pero los espacios muestrales difieren porque dependen de la experiencia aleatoria definida.

¹¹ Ejemplo: en la experiencia compuesta de lanzar dos veces una moneda no trucada y anotar el resultado, se define el suceso compuesto A = “una sola cara” = “cara en la primera tirada o cara en la segunda tirada” = {CX, XC}, a su vez formado como unión de sucesos elementales del espacio muestral.

¹² Ejemplo: en la experiencia compuesta de extraer dos cartas con reemplazamiento de una baraja española y anotar el resultado, se define el suceso compuesto B = “sacar al menos un oro” = “sacar un oro o sacar dos oros” => a su vez formado por dos sucesos compuestos.

¹³ Por eso las probabilidades de sucesos compuestos de uniones de sucesos elementales se hallarán sumando las probabilidades de los sucesos elementales involucrados (los sucesos elementales son sucesos incompatibles => la



experiencia aleatoria compuesta: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$. Independencia o dependencia de las experiencias simples que componen la experiencia compuesta¹⁴. Probabilidad condicionada para adjudicar probabilidades a las ramas del árbol de posibilidades de una experiencia compuesta (**de tipo II**) en función de la dependencia o independencia entre las experiencias simples que lo forman¹⁵. Adjudicación de probabilidades a los sucesos elementales de una experiencia compuesta mediante la multiplicación de las ramas horizontales de su árbol de posibilidades. Constatación de que si las experiencias son independientes, la probabilidad de cada suceso elemental del experimento compuesto es el producto de las probabilidades de los sucesos elementales de los experimentos simples involucrados. Constatación de que la suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales es 1 (en definitiva la suma de todas las ramas finales del árbol de posibilidades de la experiencia compuesta). Constatación de que la suma de cada grupo de subramas del árbol es 1. Adjudicación de probabilidades a sucesos compuestos sumando las probabilidades de los sucesos elementales involucrados o ayudándose del álgebra de sucesos. Suceso contrario y cálculo de su probabilidad. Distinción entre sucesos equiprobables y no equiprobables. En una experiencia compuesta, cálculo de las probabilidades de sucesos compuestos compatibles¹⁶: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. En una experiencia compuesta, cálculo de las probabilidades de sucesos compuestos incompatibles¹⁷: $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$. Constatación de que cuando la suma de las probabilidades de dos sucesos es mayor que 1, significa que los sucesos son compatibles; sin embargo, que esa suma sea menor que 1 no equivale a que los sucesos sean incompatibles¹⁸. Tablas de contingencia en experimentos compuestos (**de tipo I**) como problema inverso a los diagramas de árboles¹⁹. Probabilidad condicionada en

intersección es vacía y no se tiene que restar nada al calcular su probabilidad). **Por eso las ramas en vertical de los diagramas de árbol siempre se suman.**

¹⁴ Experiencias compuestas tipo I) dan lugar a experiencias dependientes. Experiencias compuestas tipo II): los lanzamientos sucesivos de monedas, chinchetas, dados... y las extracciones sucesivas **con reemplazamiento** son experiencias independientes; las extracciones sucesivas **sin reemplazamiento** son experiencias dependientes. ¡Ojo! No confundir con **sucesos dependientes o independientes** de estas experiencias compuestas que se verán poco después en este mismo tema.

¹⁵ En la experiencia aleatoria regular compuesta de extraer dos bolas SIN reemplazamiento de una urna con 4 bolas blancas, 2 negras y 1 rosa para observar la combinación de colores, al montar el árbol el alumno se encontrará que tiene que hallar, por ejemplo, $p(\text{sacar blanca en la 2ª extracción sabiendo que ha salido negra en la 1ª extracción}) = p(\text{blanca} | \text{negra}) = 4/7$ o $p(\text{sacar rosa en la 2ª extracción sabiendo que ha salido rosa en la 1ª extracción}) = p(\text{rosa} | \text{rosa}) = 0$. Nota: el espacio muestral de esta experiencia aleatoria regular compuesta es $\Omega = \{bb, bn, br, nb, nn, nr, rb, rn, rr\}$, aunque posteriormente se haya visto que el suceso "sacar dos bolas rosas" es un suceso imposible $\Rightarrow p(\text{sacar dos bolas rosas}) = p(rr) = 0 \Rightarrow$ la definición de espacio muestral es anterior al cálculo de probabilidades.

¹⁶ Ejemplo: en el experimento compuesto de extraer una carta de la baraja española y mirar el palo y si es o no figura, $p(\text{sacar algún oros o sacar alguna figura}) = p(\text{Oros}) + p(\text{Figura}) - p(\text{Oros y Figura}) = p(\text{OrosFigura u OrosNoFigura}) + p(\text{OrosFigura o CopasFigura o EspadasFigura o BastosFigura}) - p(\text{OrosFigura}) \Rightarrow$ los sucesos "sacar algún oros" y "sacar alguna figura" son compatibles.

¹⁷ Ejemplo: en el experimento compuesto de extraer una carta de la baraja española y mirar el palo y si es o no figura, $p(\text{sacar algún oros o sacar bastos}) = p(\text{Oros}) + p(\text{Bastos}) = p(\text{OrosFigura u OrosNoFigura}) + p(\text{BastosFigura o BastosNoFigura}) \Rightarrow$ los sucesos "sacar algún oros" y "sacar algún bastos" son incompatibles, por lo que no hay que restar su intersección (que es vacía).

¹⁸ Es razón suficiente pero no necesaria. Ejemplo: en el experimento compuesto de lanzar dos monedas y anotar lo que sale, $p(\text{sacar una sola cara}) + p(\text{sacar al menos una cara}) = p(CX \text{ o } XC) + p(CX \text{ o } XC \text{ o } CC) = 1/2 + 3/4 = 5/4$ que es un número mayor que 1 \Rightarrow por lo tanto los sucesos "sacar una sola cara" y "al menos una cara" son compatibles. Sin embargo, $p(\text{sacar una sola cara}) + p(\text{cara en el 1º lanzamiento y cruz en el 2º lanzamiento}) = p(CX \text{ o } XC) + p(CX) = 1/2 + 1/4 = 3/4$ que es un número menor que 1 \Rightarrow no significa que los sucesos "sacar una sola cara" y "cara en el 1º lanzamiento y cruz en el 2º lanzamiento" sean incompatibles porque, de hecho, son compatibles (tienen en común el suceso elemental CX).

¹⁹ **La finalidad de los árboles es averiguar las probabilidades de los sucesos elementales del espacio muestral correspondientes a una experiencia compuesta. La finalidad de las tablas de contingencia es, a partir de las**



sucesos de una experiencia aleatoria compuesta: $p(A|B)=p(A\cap B)/p(B)$. Discusión de si dos sucesos son dependientes o independientes entre sí²⁰.

Problemas que engloben todo lo anterior y en los que haya que decidir entre árbol de posibilidades o tabla de contingencia en función de los datos que se facilitan²¹.

Geometría (4 semanas)

Presentación de un nuevo ente matemático: el vector. Constatación de la diferencia entre un punto y un vector. Módulo de un vector a través del teorema de Pitágoras. Profundización en las semejanzas²²: homotecias y movimientos (giros, simetrías y traslaciones)²³. Constatación de las diferencias entre todas ellas. Elementos invariantes de cada una de ellas²⁴. Utilidad de las semejanzas en el campo de la programación informática²⁵. Dibujo²⁶ (en papel cuadriculado con reglas y compás) de un polígono semejante a otro del que se facilitan las coordenadas de sus vértices y uno de los siguientes datos: el vector de la traslación, el ángulo del giro, la recta de la simetría (horizontal $y=\pm a$, vertical $x=\pm b$ o dada en forma explícita con pendiente unidad $y=\pm x+n$ ²⁷) o la razón y centro de la homotecia²⁸. Cálculo de las coordenadas de los vértices transformados. Reflexión sobre la conservación o no de la orientación de la figura transformada. Problemas geométricos de polígonos que engloben todo lo estudiado, incluyendo el cálculo de perímetros y áreas a partir de las coordenadas de sus vértices y usando, si son necesarias, todas las herramientas adquiridas aquí y en cursos pasados. Problemas geométricos de poliedros que engloben también todo lo estudiado para el cálculo de áreas y volúmenes. Resolución de todos los ejercicios con calculadora y herramientas informáticas.

Segunda evaluación (11 semanas)

Números (4 semanas)

Operaciones combinadas de números en notación científica, incluso encontrándolos en denominadores.

probabilidades de los sucesos elementales del espacio muestral correspondientes a una experiencia compuesta, averiguar las probabilidades condicionadas de los sucesos de las experiencias simples que forman el compuesto. Por lo tanto, árboles y tablas son escenarios inversos.

²⁰ Tanto en árboles (experiencias compuestas de tipo II con y sin reemplazamiento => experiencias simples encadenadas de manera dependiente o independiente) como en tablas de contingencia (experiencias compuestas de tipo I), se harán preguntas que involucren la probabilidad condicionada de sucesos para aplicar la fórmula (ya vista en 3º de ESO): $p(A|B)=p(A\cap B)/p(B)$. Posteriormente, se verá si A y B son o no independientes => sucesos independiente si $p(A|B)=p(A) \Rightarrow p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$.

²¹ En este curso los alumnos tienen que decidir si la experiencia aleatoria compuesta es de tipo I o de tipo II.

²² En 3º se han trabajado ya algunas transformaciones geométricas: movimientos y proyecciones. Además, se repasaron también en la formación de fractales.

²³ Se pretende que el alumno domine ya en este nivel las semejanzas en 2D y las herramientas de dibujo (reglas y compás).

²⁴ Obviamente se refiere a globalmente invariantes. Hay que recordar que una transformación que deje invariantes tres o más puntos no alineados será necesariamente la transformación identidad.

²⁵ En el campo de las tres dimensiones, las semejanzas son vitales para la robótica.

²⁶ Posibilidad de coordinación con la asignatura de Dibujo Técnico de 4º ESO.

²⁷ La limitación a estas rectas sencillas es para facilitar el cálculo de coordenadas transformadas usando los vértices de papel cuadriculado.

²⁸ Cuando la razón es -1 , la homotecia se suele llamar simetría respecto a un punto O (el punto O es en realidad el centro de la homotecia).



Potencias de exponente fraccionario. Propiedades de estas potencias y uso de las mismas para reducir las fracciones de potencias a producto de potencias de base prima y exponente fraccionario.

Operaciones combinadas de todo lo anterior en castillos de fracciones y decimales, incluyendo potencias de exponente fraccionario, respetando la jerarquía de operaciones y dando el resultado siempre simplificado.

Realización de los ejercicios con y sin calculadora, usando software matemático para la autocorrección del alumno²⁹.

Álgebra y Análisis³⁰ (7 semanas)

Desarrollo de potencias de un binomio empleando el triángulo de Tartaglia (de Pascal o combinatorio).

Operaciones con polinomios incluyendo potencias de binomios.

División de polinomios de $Z[x]$ y método de Ruffini para dividir entre $(x \pm a)$, escribiendo el resultado como dividendo igual a divisor por cociente más el resto. Constatación de que si el resto es cero, hablamos de un polinomio divisor. No perder nunca de vista las similitudes con la división de números.

Factorización de un polinomio de $Q[x]$ siguiendo cuatro pasos: i) sacar factor común; ii) identificación de identidades notables; iii) método de Ruffini y, finalmente si fuera necesario, iv) búsqueda de raíces resolviendo la ecuación de segundo grado asociada. Enseñar con software matemático las gráficas asociadas a estos polinomios, constatando que sus raíces son los puntos de corte con los ejes³¹.

Constatación de que los polinomios irreducibles son de dos tipos: de primer grado y de segundo grado (con el discriminante de la ecuación asociada negativo). Uso de software matemático para la autocorrección del alumnado.

Repaso breve de ecuaciones de 2º grado completas e incompletas, hasta con paréntesis, fracciones e identidades notables, incluyendo la prueba. Resolución de ecuaciones asimilables, por sacar previamente factor común, a las ecuaciones de 2º grado. Ecuaciones bicuadradas (dentro de las ecuaciones algebraicas racionales enteras). Constatación visual de que las gráficas asociadas a estas ecuaciones bicuadradas (obtenidas con software matemático) son siempre simétricas por el eje OY (pares). Constatación gráfica (con ayuda de software matemático) de que las ecuaciones bicuadradas tienen o cero soluciones, o una única solución (obligatoriamente $x=0$ que puede ser doble o cuádruple), o dos soluciones opuestas (que pueden ser simples o dobles), o tres soluciones (obligatoriamente $x=0$ doble y otras dos soluciones más opuestas) o cuatro soluciones opuestas dos a dos³². Obtención de la ecuación bicuadrada a través de sus soluciones, de las raíces del polinomio asociado o de los puntos de corte de la gráfica correspondiente³³. Ecuaciones de grado n con posibilidad de resolverse usando las herramientas adquiridas hasta ahora. Interpretación gráfica de sus soluciones con ayuda de software matemático.

²⁹ El manejo de nuevas tecnologías también podrá ser evaluado en los exámenes trimestrales preguntando, por ejemplo, qué comandos se necesitan para realizar una determinada operación.

³⁰ Se recuerda que los contenidos han de ser, en la medida de lo posible, incrementales con respecto a la 2ª evaluación de 3º ESO. Solo así se garantizará el repaso para los estudiantes de pendientes.

³¹ Observando que la multiplicidad de estas raíces deriva en puntos extremos (caso de multiplicidad par) o en puntos de inflexión (caso de multiplicidad impar >1), habilitando al alumno a hallar la expresión de un polinomio a través de su gráfica asociada y al revés.

³² Ejemplos: $x^4 + x^2 + 1 = 0$ y $x^4 - x^2 + 1 = 0$ tienen cero soluciones; $x^4 + x^2 = 0$ tiene una solución doble ($x=0$); $x^4 = 0$ tiene una solución cuádruple ($x=0$); $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ tiene dos soluciones opuestas simples ($x=\pm 3$ las dos simples); $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ tiene dos soluciones opuestas dobles ($x=\pm 1$ las dos dobles); $x^4 - x^2 = 0$ tiene tres soluciones ($x=0$ doble y dos opuestas simples $x=\pm 1$); $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ tiene cuatro soluciones simples (opuestas dos a dos $\Rightarrow x=\pm 1, x=\pm 2$ todas simples);

³³ Se pretende que den la fórmula $k \cdot (x-a) \cdot (x+a) \cdot (x-b) \cdot (x+b)$ donde k es una variable que se podrá hallar o no si se facilita un dato extra (decir que el polinomio es mónico o dar el coeficiente de x^4). Obviamente, este ejercicio tiene sentido si las soluciones/raíces/cortes son todos números reales.



Problemas donde aparezcan ecuaciones de todos estos tipos, especialmente geométricos y de búsqueda de números, incluso con porcentajes en los enunciados.

Repaso de sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Naturaleza de las soluciones y métodos de resolución. Sistemas cuadráticos hechos por sustitución donde intervengan una cónica y una recta. Constatación gráfica (dibujando grosso modo y usando software matemático) de que puede haber cero soluciones, un punto solución o dos puntos solución que son los cortes posibles entre la recta y la cónica (circunferencia, elipse, parábola o hipérbola correspondiente).

Tercera evaluación (11 semanas)

Álgebra II y Análisis II (continuación) (6,5 semanas)

Problemas cotidianos donde aparezcan los sistemas anteriores, geométricos y de búsqueda de números, incluso con porcentajes en los enunciados.

Problemas cotidianos donde aparezcan los sistemas anteriores, geométricos y de búsqueda de números, incluso con porcentajes en los enunciados.

Características globales³⁴ de las gráficas de funciones elementales que servirán de modelo para estudiar otras funciones por composición: $f(x)=x$, $f(x)=x^2$, $f(x)=1/x$, $f(x)=\sqrt{x}$, $f(x)=2^x$. Reconocimiento visual de cada una de ellas. Ayudándose de software matemático, comparación³⁵ con las funciones $f(x)=ax$, $f(x)=ax^2$, $f(x)=a/x$, $f(x)=\sqrt{ax}$, $f(x)=b \cdot a^x$, $f(x)=\log_a bx$. Cálculo de la tasa de variación media de estas funciones en un intervalo.

Representación de funciones a trozos (con trozos de rectas y parábolas). Comprobación previa de que la función, así formulada, está bien definida (con los intervalos de cada trozo correctamente escritos). Cálculo de la tasa de variación media de una función a trozos en un intervalo adecuado. Descripción detallada de las propiedades globales de una función a trozos y de **una función dada en forma de gráfica**: i) bien definida (a cada x solo le corresponde una y); ii) dominio de definición; iii) imagen de la función, signo de la función, puntos de corte con los ejes; iv) continuidad (expresada por intervalos o con respecto al dominio) y discontinuidades, búsqueda intuitiva de asíntotas³⁶; v) simetrías; vi) periodicidad; vii) crecimiento, constancia y decrecimiento (señalando máximos y mínimos); viii) concavidad positiva o negativa (señalando puntos de inflexión).

Estudio del signo de una función algebraica racional entera (polinómica) resolviendo la inecuación³⁷ (de grado n) asociada y constatando que raíces con multiplicidad par no cambian el signo de la función en ese tramo. Razonamiento coherente de cómo será, grosso modo, la gráfica de este tipo de funciones a partir de los pocos datos obtenidos. Autocorrección con la ayuda de software matemático.

Introducción al concepto y nomenclatura de límite explicado desde la gráfica de una función. Invención de una gráfica en base a un conjunto de condiciones que debe cumplir³⁸.

³⁴ i) bien definida; ii) dominio de definición de la función; iii) imagen de la función, signo de la función, puntos de corte con los ejes; iv) continuidad y asíntotas; v) simetrías, incluyendo la definición formal de función par $f(-x)=f(x)$ e impar $f(-x)=-f(x)$ vistas solo gráficamente en 3º de ESO; vi) periodicidad; vii) crecimiento y extremos; viii) concavidad y puntos de inflexión.

³⁵ Se pretende que el alumno interiorice la diferencia en las aberturas (pendientes en el caso de rectas ya vistas en 1º ESO) y los puntos de corte de estas gráficas respecto a los modelos anteriores.

³⁶ Se pretende que el alumno amplíe su vocabulario y sea capaz de identificar, mirando una gráfica, las asíntotas horizontales $y=a$ y verticales $x=b$ (si las hay) como aquellas rectas a las que la gráfica tiende cuando la variable independiente cumple unas condiciones determinadas. La definición formal de asíntota es materia del bachillerato.

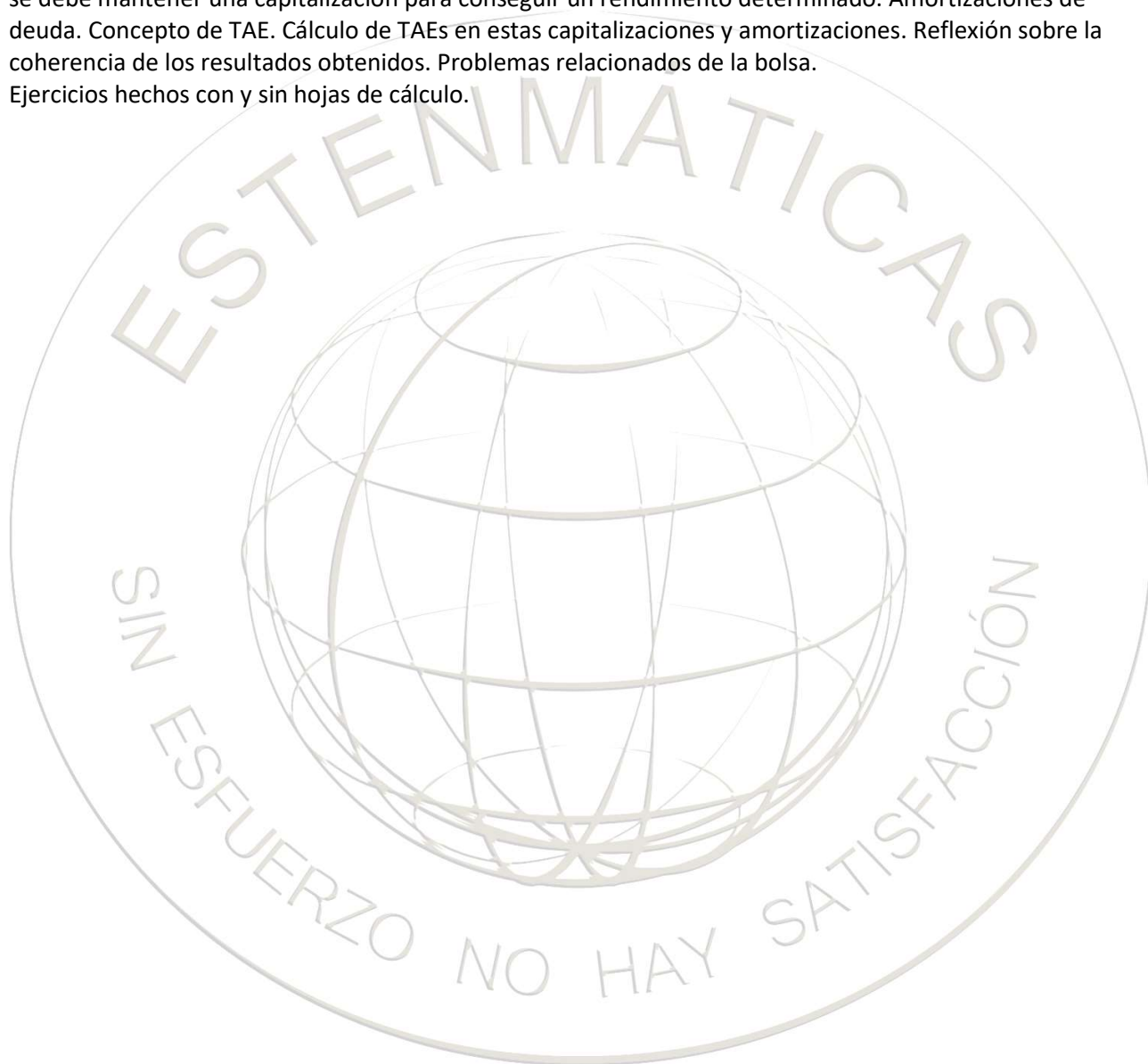
³⁷ No necesitan saber inecuaciones. Basta con obtener las raíces del polinomio y hallar el signo de los valores numéricos en puntos intermedios. En ausencia de raíces con multiplicidad par, el signo siempre será alternado.

³⁸ Ejemplo: "dominio $x>2$; imagen $y>6$; asíntota vertical $x=2$; asíntota horizontal $y=6$; decreciente en todo su dominio".



Álgebra III. Matemática Financiera³⁹ (4,5 semanas)

Interés simple e interés compuesto. Cálculo de capitalizaciones con cobro de intereses anual, mensual y trimestral donde se hace una única aportación de capital inicial. Cálculo de capitalizaciones con cobro de intereses anual, mensual y trimestral donde se hacen aportaciones fijas de manera anual, mensual y trimestral respectivamente (interés compuesto). Uso del logaritmo para el cálculo del tiempo necesario que se debe mantener una capitalización para conseguir un rendimiento determinado. Amortizaciones de deuda. Concepto de TAE. Cálculo de TAEs en estas capitalizaciones y amortizaciones. Reflexión sobre la coherencia de los resultados obtenidos. Problemas relacionados de la bolsa. Ejercicios hechos con y sin hojas de cálculo.



³⁹ Se pretende un primer acercamiento del alumno a la matemática financiera y los productos financieros, es decir, los ejercicios serán de naturaleza repetitiva y su dificultad habrá de ser muy limitada.