(códigos QR para acceder directamente a los vídeos)

ANÁLISIS[1]

PRIMARIA

1º ESO

2º ESO

3º ESO aplicadas

3º ESO académicas

4º ESO aplicadas

4º ESO académicas

CALCULADORA

Se recomienda que todos los alumnos adquieran una calculadora que facilite las explicaciones en clase y que les valga para todo su paso por la Enseñanza Secundaria. La propuesta es la calculadora Casio fx–991SP u otra de similares prestaciones y manejo.

[1] Traducciones al inglés hechas por: Gema Bargueño Alonso (para 1º ESO).

ÍNDICE:

I. FUNCIONES 3
SISTEMAS COORDENADOS 3
RECTAS 8
SISTEMAS 21
DESCRIPCIÓN DE FUNCIONES 24
FUNCIONES ELEMENTALES. COMPOSICIÓN. 32
FUNCIONES A TROZOS 45
CÁLCULO DE DOMINIOS 46
FUNCIONES ALGEBRAICAS RACIONALES. ESTUDIO Y GRÁFICAS. 49
TENDENCIA Y LÍMITES 51
GRÁFICAS CON CONDICIONES 58

I. FUNCIONES

SISTEMAS COORDENADOS

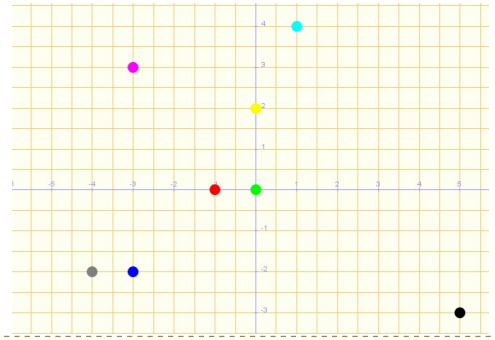
1. Halla el valor absoluto de los siguientes números: −3, −2, 4, 0, 2, −6, 1.
2. Halla el valor absoluto de los siguientes números: 7, −1, −5, 3, −8, 9.
3. Halla el valor absoluto de los siguientes números: 13, −33, −42, −12.
4. Dibuja en la recta real: 1, −7, 2, −5, −1, 4, 0, 3, −3, −2.
5. Dibuja en la recta real: −10, −6, −4, −2, 0, 7, 12, −1, 5.
6. Dibuja en la recta real: $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 1, -8, 9, -\frac{5}{4}, 0, 11, -13, -\frac{4}{5}, -\frac{7}{2}$.

RECUERDA

En un punto P(x, y) la primera coordenada se refiere al eje horizontal OX, mientras que la segunda coordenada se refiere al eje vertical OY.

Usa papel cuadriculado para hacer el sistema coordenado.

7. Dibuja los puntos: A(1, 2), B(2, −5), C(−1, 4), D(0, 3), E(−3, −2).
8. Dibuja los puntos: F(0, 0), G(−3, 0), H(−4, 2), J(1, −6), K(3−1).
9. Dibuja los puntos: L(−5, −6), M(0, −1), N(−2, 0), Ñ(7, 2), P(−1, 6).
10. Dibuja los puntos: Q(4, 4), R(−4, 0), S(3, 4), T(0, −1).
11. Dibuja los puntos: U(5, 2), W(0, −3), Z(−7, −1).
12. Dibuja los puntos: $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), B\left(-\frac{5}{4}, -\frac{4}{5}\right), C\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$.
13. Da las coordenadas de ocho puntos de colores que se muestran a continuación.



INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Qué tienen en común el oído, las tiendas de bricolaje y el filósofo Descartes?

SISTEMAS COORDENADOS PERPENDICULARES Y OBLICUOS

RECUERDA

(Usa papel cuadriculado)

Un punto P(x, y): La coordenada "x" se refiere al eje de abscisas OX.
La coordenada "y" se refiere al eje de ordenadas OY.

Cuadrante I: x>0, y>0 Cuadrante II: x<0, y>0
Cuadrante III: x<0, y<0 Cuadrante IV: x>0, y<0

Dibuja las unidades en los dos ejes de la misma medida:

14. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(0, 0), B(1, −4), C(−3, 5), D(0, 2), E(−5, −2) , F(2, 1). Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A (0, 0), B (1, −4), C (−3, 5), D (0, 2), E (−5, −2), F (2, 1). Indicate the quadrant in which the point belongs (or the axis in which the point belongs).

15. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(2, 3), B(−1, 0), C(−2, 3), D(0, −7), E(4, −1) , F(0, 2). Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A (2, 3), B (−1, 0), C (−2, 3), D (0, −7), E (4, −1), F (0, 2). Indicate the quadrant in which each point belongs (or the axis in which the point belongs).

16. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(−6, −2), B(0, −4), C(−3, 0), D(2, 2), E(−1, 1). Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A (−6, −2), B (0, −4), C (−3, 0), D (2, 2), E (−1, 1). Indicate the quadrant in which each point belongs (or the axis in which the point belongs).

17. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(4, 5), B(−5, 0), C(3, 1), D(0, −2). Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A (4, 5), B (−5, 0), C (3, 1), D (0, −2). Indicate the quadrant in which each point belongs (or the axis in which the point belongs).

18. Usando reglas (transportador de ángulos), dibuja un sistema de coordenadas cuyos ejes formen 45º. Sitúa los siguientes puntos según eses ejes: P(1, 2), Q(0, −3), R(−2, −1). Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Using a protractor, plot a coordinate system whose axis form a 45º angle. Plot the following points in the axes: P (1, 2), Q (0, −3), R (−2, −1). Indicate the quadrant in which the point belongs (or the axis in which the point belongs).

19. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: $M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $N\left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$, $\tilde{N}\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{6}\right)$. Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Plot the following points in perpendicular coordinate system: $M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $N\left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$, $\tilde{N}\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{6}\right)$. Indicate the quadrant in which each point belongs (or the axis in which the point belongs).

20. Usando reglas (transportador de ángulos), dibuja un sistema de coordenadas cuyos ejes formen 30º. Sitúa los siguientes puntos según eses ejes: $D(-5,0)$, $E(2,-2)$, $F\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{3}\right)$. Di en qué cuadrante se encuentra cada punto (o el eje en el que está).

Using a protractor, plot a coordinate system whose axes form a 30º angle. Plot the following points in the axes: $K(-5,0)$, $L(2, -2)$, $F\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{3}\right)$. Indicate the quadrant in which each point belongs (or the axis in which the point belongs).

21. Dibuja el punto W(−1, 3) en dos sistemas de coordenadas distintos: el primero perpendicular; el segundo oblicuo de ángulo 60º . ¿Representan estas coordenadas un único punto del plano? ¿Por qué?

Plot the point W (−1, 3) in two different coordinate systems: the first one in a perpendicular coordinate system and the second one in a coordinate system of 60º oblique angle. Do these coordinates represent a unique point in the plane? Why?

22. Dibuja el punto V(−2, −2) en dos sistemas de coordenadas distintos: el primero perpendicular; el segundo oblicuo de ángulo 70º . ¿Representan estas coordenadas un único punto del plano? ¿Por qué?

Plot the point V (−2, −2) in two different coordinate systems: the first one in a perpendicular coordinate system and the second one in a coordinate system of 70º oblique angle. Do these coordinates represent a unique point in the plane? Why?

23. Dibuja el punto T(3, –5) en dos sistemas de coordenadas distintos: el primero perpendicular; el segundo oblicuo de ángulo 80º .
¿Representan estas coordenadas un único punto del plano? ¿Por qué?

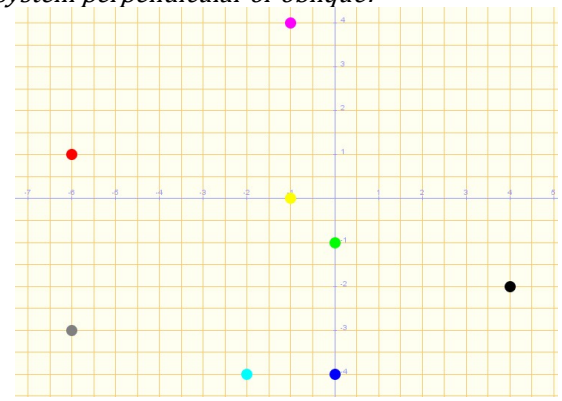
Plot the point T (3, –5) in two different coordinate systems: the first one in a perpendicular coordinate system and the second one in a coordinate system of 80º oblique angle. Do these coordinates represent a unique point in the plane? Why?

24. Dibuja el punto S(–4, 1) en dos sistemas de coordenadas distintos: el primero perpendicular; el segundo oblicuo de ángulo 55º .
¿Representan estas coordenadas un único punto del plano? ¿Por qué?

Plot the point S (–4, 1) in two different coordinate systems: the first one in a perpendicular coordinate system and the second one in a coordinate system of 55º oblique angle. Do these coordinates represent a unique point in the plane? Why?

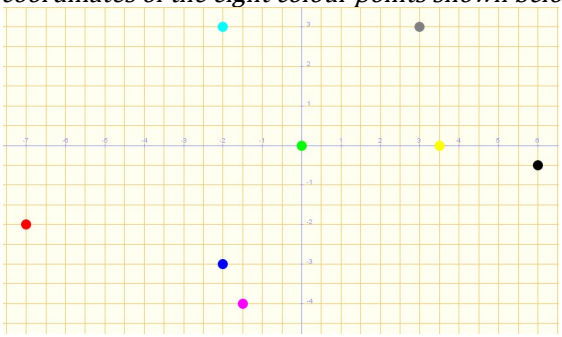
25. Da las coordenadas de ocho puntos de colores que se muestran a continuación. ¿De qué tipo es el sistema coordenado (perpendicular u oblicuo?

Indicate the coordinates of the following eight colour points. Is this coordinate system perpendicular or oblique?



26. Da las coordenadas de ocho puntos de colores que se muestran a continuación.

Indicate the coordinates of the eight colour points shown below.



27. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendicular: A(3, –2) , B(3, 4), C(0, 6), D(–3, 4), E(–3, –2), $F\left(\frac{6}{2}, -\frac{8}{4}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figura se ha formado? Dibújalos ahora en un sistema de coordenadas oblicuo de ángulo 65º. Une de nuevo los puntos en orden alfabético. ¿Se ve la misma figura? ¿Qué cambios aprecias?

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A(3, –2) , B(3, 4), C(0, 6), D(–3, 4), E(–3, –2), F $\left(\frac{6}{2}, -\frac{8}{4}\right)$. *Join the points in alphabetical order. Which figure have you got? Now plot the points in a coordinate system of 65º angle. Join the points in alphabetical order again. Do you get the same figure? Can you see any differences?*

28. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(–2, –2) , B(2, –2), C(2, 0), D(0, 0), E(0, 4), F(–2, 4), $G\left(\frac{-4}{2}, -\frac{6}{3}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figura se ha formado? Dibújalos ahora en un sistema de coordenadas oblicuo de ángulo 75º. Une de nuevo los puntos en orden alfabético. ¿Se ve la misma figura? ¿Qué cambios aprecias?

Plot the following points in perpendicular coordinate system: A (–2, –2), B (2, –2), C (2, 0), D (0, 0), E (0, 4), F (–2, 4), G $\left(\frac{-4}{2}, -\frac{6}{3}\right)$. *Join the points in alphabetical order. Which figure have you got? Now plot the points in a*

coordinate system of 75º angle. Join the points in alphabetical order again. Do you get the same figure? Can you see any differences?

29. Dibuja los siguientes puntos en un sistema de coordenadas perpendiculares: A(1, –1) , B(1, –2), C(2, –2), D(2, 0), E(1, 0), F(1, 1), G(0, 1), H(0, –1), $I\left(\frac{3}{3}, -\frac{5}{5}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figura se ha formado? Dibújalos ahora en un sistema de coordenadas oblicuo de ángulo 85º. Une de nuevo los puntos en orden alfabético. ¿Se ve la misma figura? ¿Qué cambios aprecias?

Plot the following points in a perpendicular coordinate system: A(1, –1) , B(1, –2), C(2, –2), D(2, 0), E(1, 0), F(1, 1), G(0, 1), H(0, –1), $I\left(\frac{3}{3}, -\frac{5}{5}\right)$. Join the points in alphabetical order. Which figure have you got? Now plot the points in a coordinate system of 85º angle. Join the points in alphabetical order. Do you get the same figure? Can you see any differences?

30. Dibuja un sistema de coordenadas oblicuo de ángulo 45º. Dibuja en él los siguientes puntos: A(3, 2), B(–1, –5), C(–11, 5), D(7, –2). Une los puntos en orden alfabético.

Plot a coordinate system of 45º oblique angle. Plot the following points: A(3, 2), B(–1, –5), C(–11, 5), D(7, –2). Join the points in alphabetical order.

INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Dicen los políticos la verdad? (encontrarás una aplicación malintencionada de los cambios de escala al final del vídeo de esta pregunta)

CAMBIOS DE ESCALA
GRAPH SCALE CHANGES

31. Dibuja dos sistemas de coordenadas perpendiculares: el primero tomando la misma medida para las unidades de los ejes OX y OY; el segundo sistema tomando la medida que acostumbres para las unidades del eje de abscisas OX y el **doble** de esa medida para las unidades del eje de ordenadas OY. Dibuja ahora de colores los siguientes puntos en los dos sistemas, usando para cada letra el mismo color: A(3, –3) , B(–3, –3), C(–3, 3), D(3, 3), $E\left(\frac{12}{4}, -\frac{15}{5}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figuras obtienes? ¿Son iguales? ¿Cómo lo explicas?

Plot two perpendicular coordinate systems: the first one using the same measurements for the units of OX and OY axes; the second one using the measurement you normally use for the units of the OX abscissa axis (x-axis) and the double of this measurement for the OY ordinate axis (y-axis). Plot in colour the following points in two systems, using the same colour for each letter: A(3, –3) , B(–3, –3), C(–3, 3), D(3, 3), $E\left(\frac{12}{4}, -\frac{15}{5}\right)$. Join the points in alphabetical order. Which figure do you get? Are they equal? Can you explain why?

32. Dibuja dos sistemas de coordenadas perpendiculares: el primero tomando la misma medida para las unidades de los ejes OX y OY; el segundo sistema tomando la medida que acostumbres para las unidades del eje de ordenadas OY y el **triple** de esa medida para las unidades del eje de abscisas OX. Dibuja ahora de colores los siguientes puntos en los dos sistemas, usando para cada letra el mismo color: A(1, –3) , B(–3, –3), C(–1, 6), $D\left(\frac{-2}{-2}, -\frac{6}{2}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figuras obtienes? ¿Cuánto miden sus ángulos interiores? ¿Cómo lo explicas?

Plot two perpendicular coordinate systems: the first one using the same measurements for the units of OX and OY axes; the second system using the measurement you normally use for the units of the OY ordinate axis and the triple of that measurement for the units of the OX abscissa axis.

Now plot in colour the following points in the two systems, using the same colour for each letter: A(1, –3) , B(–3, –3), C(–1, 6), D $\left(\frac{-2}{-2}, -\frac{6}{2}\right)$*. Join the points in alphabetical order. Which figure do you get? What is the measurement of their interior angles? Can you explain why?*

33. Dibuja un sistema de coordenadas perpendiculares usando las unidades que acostumbras para el eje de ordenadas OY y el doble de esa medida para las unidades del eje de abscisas OX. Dibuja ahora los siguientes puntos: A(2, 1), B(0, 1), C(1, 2), D(–2,0), E(1, –2), F(0, –1), G(2, –1). Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figuras obtienes? Explica qué pasaría si los ejes fuesen oblicuos.

Plot a perpendicular coordinate system using the units you normally use for the OY ordinate axis and the double of that measurement for the units of the OX abscissa axis. Plot the following points: A(2, 1), B(0, 1), C(1, 2), D(–2,0), E(1, –2), F(0, –1), G(2, –1). Join the points in alphabetical order. Which figure do you get? Explain what would happen if the axes were oblique.

34. Dibuja dos sistemas de coordenadas perpendiculares: el primero tomando la misma medida para las unidades de los ejes OX y OY; el segundo sistema tomando el **doble** de la medida que acostumbres para las unidades del eje abscisas OX y el **triple** de esa medida para las unidades del eje de ordenadas OY. Dibuja ahora de colores los siguientes puntos en los dos sistemas, usando para cada letra el mismo color: A(–4,0), B(–2,3), C(4,3), D(6,0), $E\left(\frac{8}{-2}, 0\right)$, Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figuras obtienes? ¿De qué tipo son? ¿Cuánto miden sus ángulos interiores? ¿Cómo lo explicas?

Plot two perpendicular coordinate systems: the first one using the same measurements for the units of axes OX and OY; the second one using the double of the measurement you normally use for the units of the OX abscissa axis and the triple of that measurement for the units of the OY ordinate axis. Plot in colour the following points in these two systems, using the same colour for each letter: A(–4,0), B(–2,3), C(4,3), D(6,0), $E\left(\frac{8}{-2}, 0\right)$*. Join the points in alphabetical order. Which figures do you get? What type of figures are they? What is the measurement of their interior angles? Can you explain why?*

35. Dibuja dos sistemas de coordenadas: el primero perpendicular tomando la misma medida para las unidades de los ejes OX y OY; el segundo sistema **oblicuo** de ángulo 80º tomando la medida que acostumbres para las unidades del eje de abscisas OX y el **doble** de esa medida para las unidades del eje de ordenadas OY. Dibuja ahora de colores los siguientes puntos en los dos sistemas, usando para cada letra el mismo color: A(3, –3), B(0, 6), C(–3, –3), D(5, 4) E(–5, 4) $F\left(\frac{9}{3}, -\frac{6}{2}\right)$. Une los puntos en orden alfabético. ¿Qué figuras obtienes? ¿Cuánto miden sus ángulos interiores? ¿Cómo lo explicas?

Plot two coordinate systems: the first one has to be a perpendicular coordinate system using the same measurements for the units of the axes OX and OY; the second, a system of 80º oblique angle using the measurement you normally use for the units of the OX abscissa axis and the double of that measurement for the units of the OY ordinate axis. Plot in colour the following points in these two systems, using the same colour for each letter: A(3, –3), B(0, 6), C(–3, –3), D(5, 4) E(–5, 4) F $\left(\frac{9}{3}, -\frac{6}{2}\right)$*. Join the points in alphabetical order. Which figures do you get? What is the measurement of their interior angles? Can you explain why?*

36. Dibuja un sistema de coordenadas oblicuo de ángulo 45º tomando la medida que acostumbres para las unidades del eje de abscisas OX y el doble de esa medida para las unidades del eje de ordenadas OY. Dibuja ahora los siguientes puntos en este sistema: A(4, 1), B(–7, –3), C(–19, 3), D(6, –1). Une los puntos en orden alfabético.

Plot a coordinate system of 45º oblique angle using the measurement you normally use for the units of the OX abscissa axis and the double of that measurement for the units of the OY ordinate axis. Plot the following points in this system: A(4, 1), B(–7, –3), C(–19, 3), D(6, –1). Join the points in alphabetical order.

37. Dibuja un sistema de coordenadas perpendiculares usando las unidades que acostumbras para el eje de abscisas y el doble de esa medida para las unidades del eje de ordenadas. Dibuja los puntos:

A(−3, 0), B(−3, 2), C(−7, 3), D(2, 3), E(−2, 2), F(−2, 0). Une los puntos en orden alfabético. Dibuja ahora la figura en un sistema **oblicuo** de ángulo 45º.

Plot a perpendicular coordinate system using the units you normally use for the abscissa axis and the double of that measurement for the units of the ordinate axis. Plot the points: A(−3, 0), B(−3, 2), C(−7, 3), D(2, 3), E(−2, 2), F(−2, 0). Join the points in alphabetical order. Plot the figure in a system of 45º oblique angle.

RECTAS

INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Se ve el arcoíris siempre que llueve y sale el sol? ¿Qué matemáticas hay detrás de los signos del zodiaco?

DIBUJAR RECTAS CON PUNTO – PENDIENTE

RECUERDA

Las rectas son funciones y=f(x)

x variable independiente y variable dependiente

Ecuación explícita de la recta: y = mx + n

Punto de corte en el eje OY (ordenada en el origen): (x, y) = (0, n)

Pendiente de la recta $m = \frac{nº\ de\ cuadritros\ que\ sube + o\ baja -}{nº\ de\ cuadritos\ que\ avanza}$

Usa papel cuadriculado y sistemas coordenados perpendiculares con la misma medida para las unidades de los ejes OX y OY.

En cada recta, señala las coordenadas de los dos puntos que usas para dibujarla.

38. $y = \frac{3}{2}x + 4$, ¿qué "y" corresponde a x = 4?
39. $y = \frac{5}{4}x - 6$, ¿qué "y" corresponde a x = –8?
40. $y = -\frac{1}{3}x + 2$
41. $y = -\frac{6}{7}x - 1$, ¿qué "y" corresponde a x = 0?
42. $y = \frac{2}{7}x + 3$
43. $y = -\frac{1}{2}x - 4$, ¿qué "y" corresponde a x = 6?
44. $y = \frac{6}{4}x + 5$, ¿qué relación tiene esta recta con la anterior $y = \frac{3}{2}x + 4$?
45. $y = -\frac{2}{6}x - 1$, ¿qué relación tiene esta recta con $y = -\frac{1}{3}x + 2$? ¿Qué conclusión sacas de sus pendientes?

46. $y = -\frac{4}{2}x - 1$
47. $y = \frac{5}{5}x + 3$
48. $y = -\frac{6}{3}x - 2$, ¿qué "y" corresponde a x = –1 ?
49. $y = -\frac{4}{4}x + 4$

RECUERDA: los números enteros también son fracciones => $-7 = \frac{-7}{1}$

50. $y = 2x + 5$
51. $y = -3x + 2$, ¿qué "y" corresponde a x = 5?
52. $y = 4x - 3$
53. $y = -5x - 7$, ¿qué "y" corresponde a x = 3?
54. $y = x - 6$
55. $y = -x + 3$
56. $y = -x - 4$, ¿qué relación tiene esta recta con la anterior? ¿Por qué?
57. $y = x - 1$, ¿qué "x" corresponde a y = 6?
58. $y = -2x + 1$
59. $y = -2x + 2$, ¿qué relación tiene esta recta con la anterior?
60. $y = 7x - 1$
61. $y = x + 2$, ¿qué "x" corresponde a y = –1?
62. $y = -4x - 4$, ¿qué "y" corresponde a x = –2?
63. $y = -x + 1$, ¿qué "x" corresponde a y = –7?

n = 0 => rectas pasando por el (0, 0)

64. $y = 2x$
65. $y = -3x$, ¿qué "x" corresponde a y = 3?
66. $y = -5x$, ¿qué "x" corresponde a y = 0?
67. $y = 6x$
68. $y = -4x$
69. $y = x$, ¿qué "y" corresponde a x = 1?
70. $y = -x$, ¿qué "x" corresponde a y = 1?
71. $y = -7x$
72. $y = -2x$, ¿qué "x" corresponde a y = –2?
73. $y = -\frac{4}{5}x$, ¿qué "y" corresponde a x = 0?
74. $y = \frac{5}{2}x$
75. $y = -\frac{4}{3}x$
76. $y = -\frac{2}{6}x$, ¿qué "y" corresponde a x = –3?
77. $y = \frac{3}{7}x$
78. $y = -\frac{1}{4}x$, ¿qué "y" corresponde a x = –1?

n = a/b

79. $y = x - \frac{1}{2}$
80. $y = -2x - \frac{3}{4}$
81. $y = 3x - \frac{6}{3}$, ¿qué "y" corresponde a x = 0?
82. $y = -x - \frac{1}{5}$
83. $y = \frac{9}{3}x - \frac{2}{3}$
84. $y = \frac{3}{9}x - \frac{3}{2}$, ¿se parece esta recta a la anterior?
85. $y = \frac{10}{10}x - \frac{4}{8}$
86. $y = -\frac{12}{4}x + \frac{6}{4}$, ¿qué "y" corresponde a y = –4?

m = 0 => expresiones constantes.

87. $y = 5$
88. $y = -2$
89. $y = 0$
90. $y = -3$
91. $y = 6$

DIBUJAR RECTAS CON TABLA

RECUERDA

Ecuación explícita de la recta: y = f(x) = m·x + n

Variable independiente => x

Variable dependiente => y

Usa papel cuadriculado y sistemas coordenados perpendiculares. Si te es más cómodo, cambia la escala de unidades para los ejes.

En cada recta, haz la tabla con al menos cinco valores de la variable independiente "x" (positivos y negativos). Comprueba la tabla que obtienes con la opción TABLE de la calculadora.

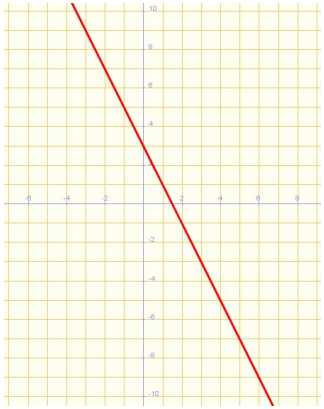
92. $y = x$, ¿qué "y" corresponde a x = 0?
93. $y = 2x$, ¿qué "y" corresponde a x = 3?
94. $y = -2x$, ¿qué "y" corresponde a x = –5?
95. $y = -3x$, ¿qué "x" corresponde a y = 12?
96. $y = 4x$, ¿qué "x" corresponde a y = 1?
97. $y = -x + 2$, ¿qué "y" corresponde a x = 5?
98. $y = 3x - 3$
99. $y = -4x - 5$, ¿qué "y" corresponde a x = 3?
100. $y = x - 4$
101. $y = 1$
102. $y = -x + 1$, ¿qué "y" corresponde a x = 7?
103. $y = -x - 1$
104. $y = x - 1$, ¿qué "x" corresponde a y = 6?
105. $y = -5x + 1$
106. $y = 5x - 2$
107. $y = -4$
108. $y = x - 5$
109. $y = -x - 2$, ¿qué "x" corresponde a y = –1?
110. $y = -6x - 4$, ¿qué "y" corresponde a x = –2?
111. $y = 6x + 1$
112. $y = -2$

RECUERDA: cuando m = a/b, facilítate los cálculos dando a la variable independiente "x" valores que sean múltiplos de b.

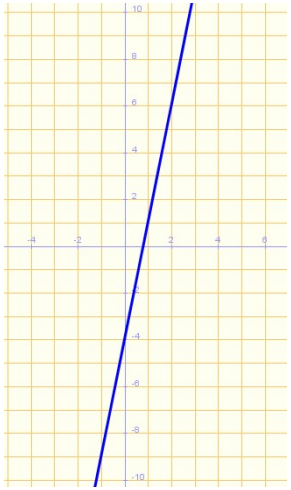
113. $y = \frac{3}{2}x$, ¿qué "y" corresponde a x = 3?
114. $y = \frac{1}{2}x$, ¿qué "y" corresponde a x = 2?
115. $y = \frac{5}{4}x - 1$, ¿qué "y" corresponde a x = –3?
116. $y = -\frac{1}{3}x - 2$
117. $y = -\frac{2}{5}x + 1$, ¿qué "y" corresponde a x = 0?
118. $y = \frac{2}{4}x - 2$
119. $y = -\frac{4}{2}x - 3$, ¿qué "y" corresponde a x = 6?

FÓRMULA DE RECTA DESDE GRÁFICA

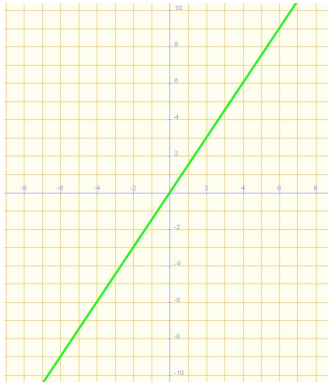
120. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



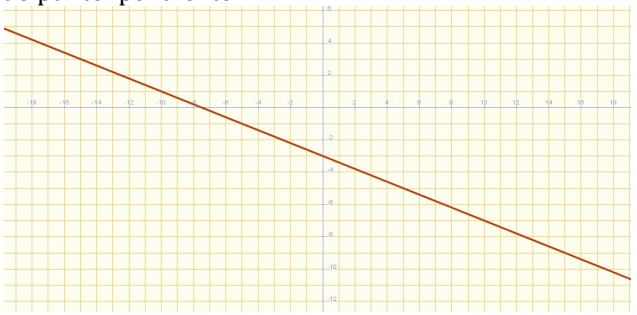
121. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



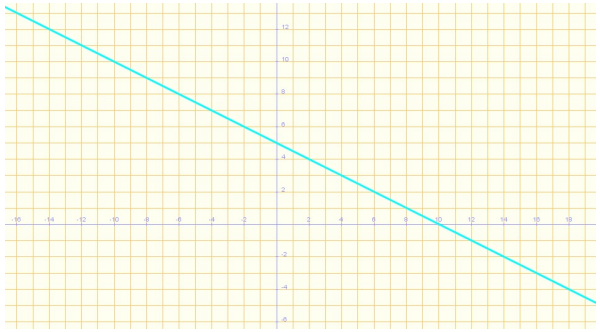
122. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



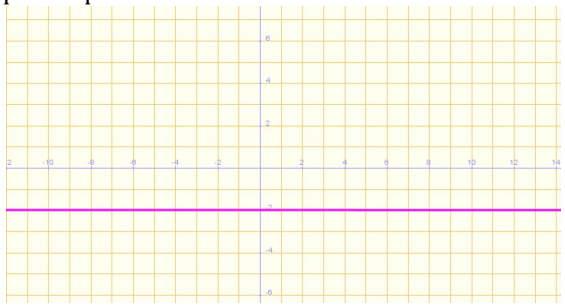
123. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



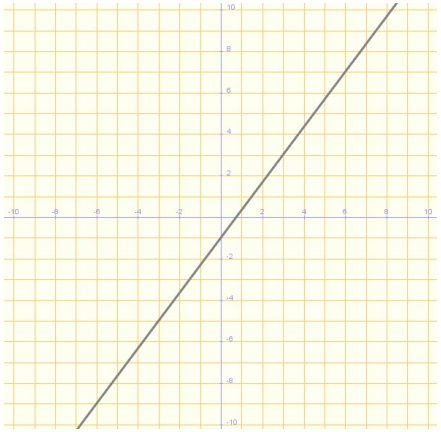
124. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



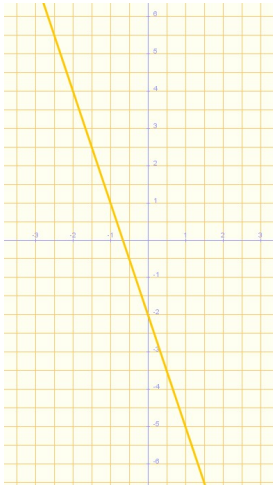
125. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



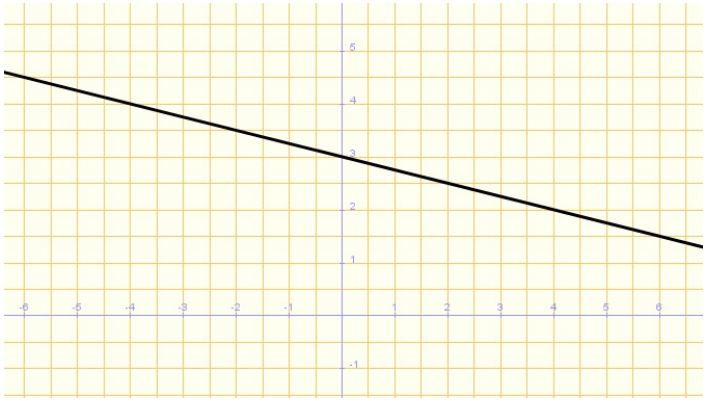
126. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



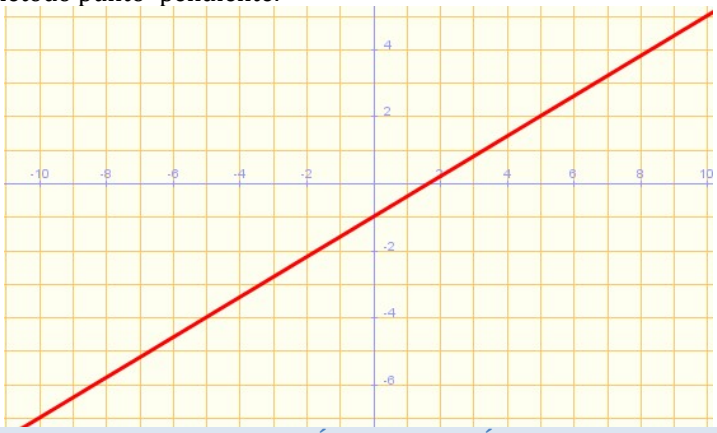
127. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



128. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



129. Da la fórmula de la recta siguiente retrocediendo en el método punto–pendiente:



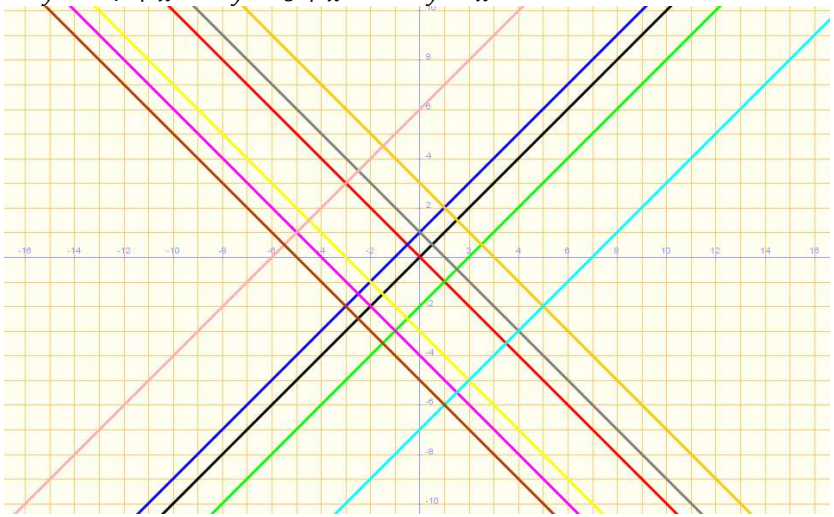
RELACIONAR GRÁFICAS CON FÓRMULAS

130. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = -x$ $\quad y = x + 1$ $\quad y = x - 2$ $\quad y = -x + 3$

$y = -x - 4$ $\quad y = -x - 5$ $\quad y = -x + 1$ $\quad y = -x - 3$

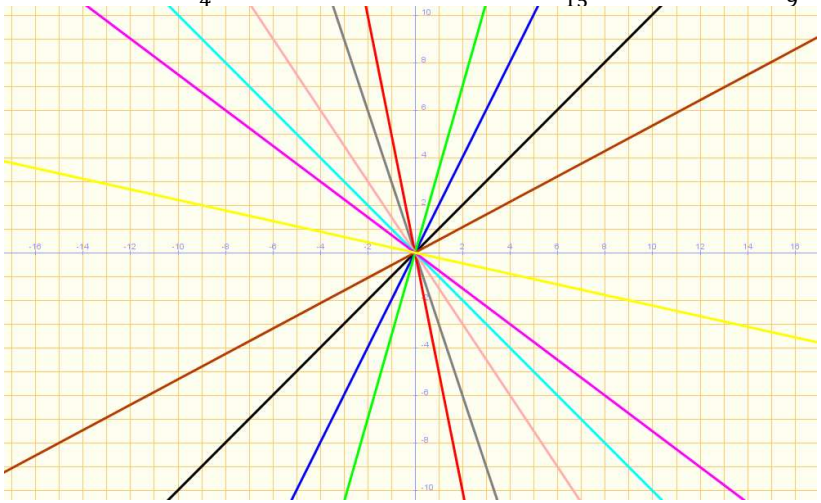
$y = -7 + x$ $\quad y = 6 + x$ $\quad y = x$



131. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica (¿por qué pasan todas las rectas por el $(0, 0)$?):

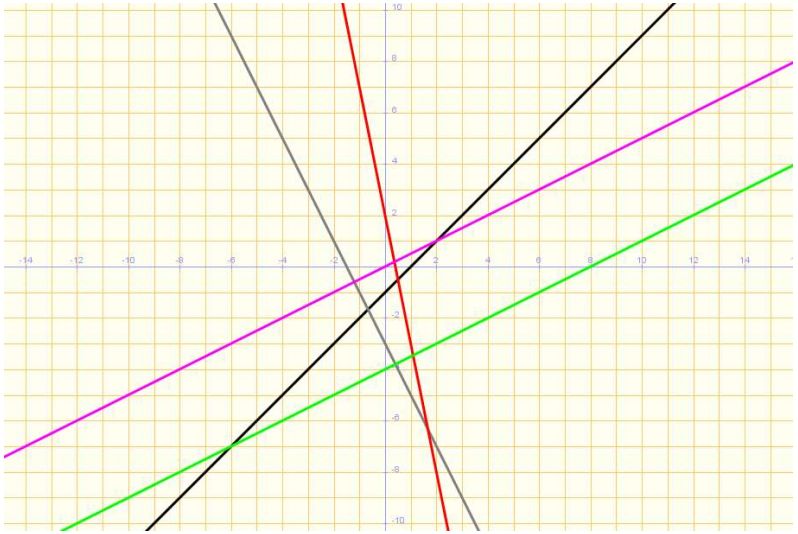
$y = 2x$ $y = -3x$ $y = -5x$ $y = \frac{7x}{2}$ $y = -\frac{3}{2}x$

$y = x$ $y = \frac{-3x}{4}$ $y = -x$ $y = \frac{8x}{15}$ $y = -\frac{2x}{9}$



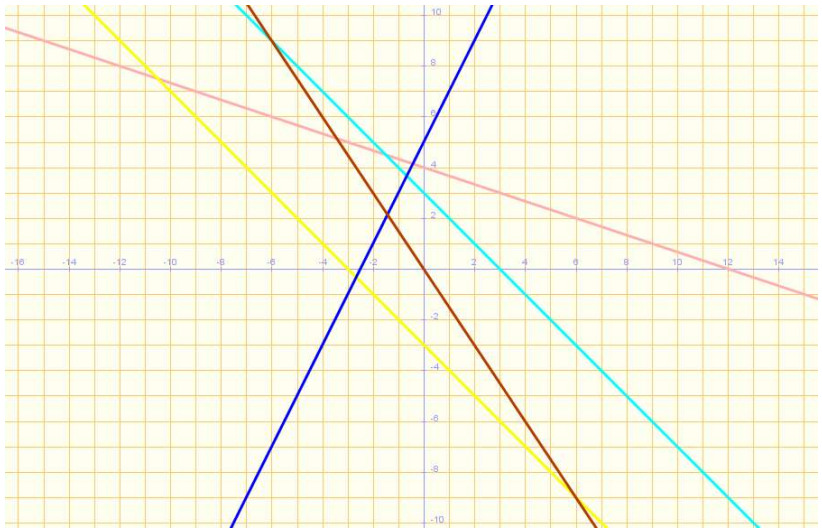
132. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = x - 1$ $y = -2x - 3$ $y = -5x + 2$ $y = \frac{x}{2} - 4$ $y = \frac{2}{4}x$



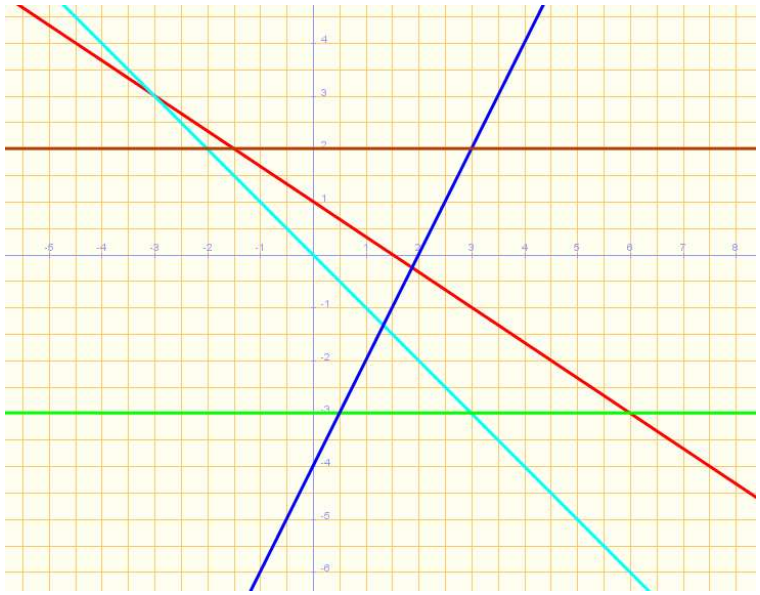
133. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = -x + 3$ $y = \frac{-x}{3} + 4$ $y = 2x + 5$ $y = -\frac{2x}{2} - 3$ $y = -\frac{3x}{2}$



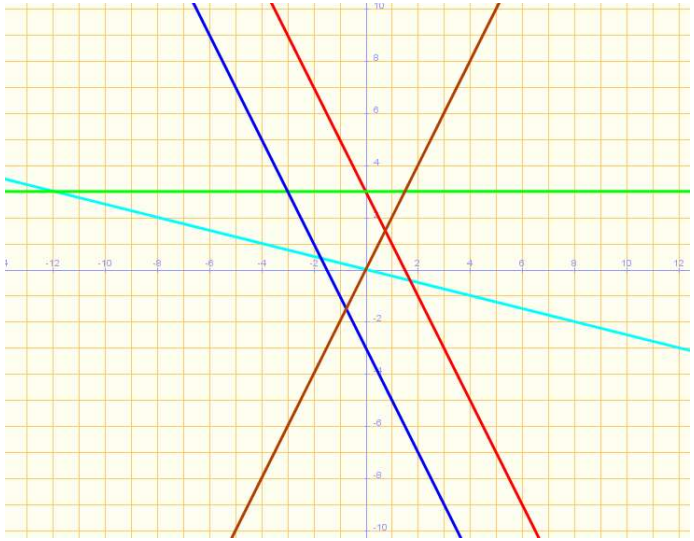
134. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = -3$ $y = \frac{-2x}{3} + 1$ $y = 2x - 4$ $y = -x$ $y = 2$



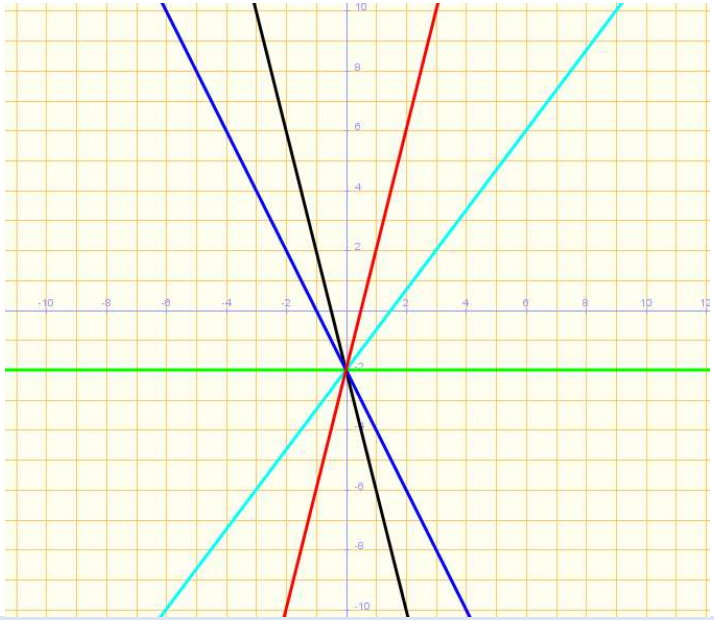
135. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = -2x - 3$ $y = \frac{-x}{4}$ $y = -2x + 3$ $y = 2x$ $y = 3$



136. Relaciona razonadamente cada fórmula con el color de su gráfica:

$y = -2x - 2$ $y = \frac{4x}{3} - 2$ $y = -4x - 2$ $y = 4x - 2$ $y = -2$



RECTAS DESDE ENUNCIADO Y RECTAS CON CONDICIONES

Traduce cada enunciado en la ecuación de una recta. Dibuja las rectas obtenidas.

La variable dependiente es igual a…

The dependent variable is equal to…

137. …al doble de la variable independiente más 3 unidades.
…the double of the independent variable plus 3 units.
138. …al opuesto del triple de la variable independiente más 4 unidades.
…the opposite of the triple of the independent variable plus 4 units.
139. …a la cuarta parte de la variable independiente.
…the fourth part of the independent variable.
140. …a la diferencia entre cinco y la mitad de la variable independiente.
…the subtraction between five and half of the independent variable.
141. …al 75% de la variable independiente.
…75% of the independent variable.
142. …al 30% de la variable independiente menos dos.
…30 % of the independent variable minus two.
143. …al 40% de la variable independiente más seis.
…40% of the independent variable plus six.
144. …a la diferencia entre 2 y el 15% de la variable independiente.
…the subtraction between 2 and 15% of the independent variable.

Dibuja la recta que cumpla con las condiciones indicadas en cada caso (la solución puede no ser única) o justifica razonadamente la imposibilidad de su existencia. Da las fórmulas de las rectas que existan.

Plot a straight line that matches the given conditions in each of the cases (there may be more than one possible solution) or justify the impossibility of its existence. Indicate the possible formulae.

Una recta…

145. …creciente que pase por el punto P(0, –2).
A rising straight line that passes through the point P (0, –2).
146. …decreciente que pase por el punto Q(0, 3).
A decreasing straight line that passes through the point Q (0, 3).
147. …constante que pase por el punto R(0, –4).
A constant straight line that passes through the point R (0, –4).
148. …creciente que pase por los puntos S(–5, 2) y T(–1, –5).
A rising straight line that passes through the points S (–5, 2) and T (–1, –5).
149. …creciente que pase por el punto W(–2, 1).
A rising straight line that passes through the point W (–2, 1).
150. …decreciente que pase por el punto Z(–5, –1).
A decreasing straight line that passes through the point Z (–5, -1).
151. …constante que pase por el punto A(–3, 0).
A constant straight line that passes through the point A (–3, 0).
152. …que pase por los puntos B(4, –3) y C(–6, 2).
A straight line that passes through the points B (4, –3) and C (–6, 2).
153. …que pase por los puntos D(2, 8) y E(–2, –4).
A straight line that passes through the points D (2, 8) and E (–2, –4).
154. …constante que pase por los puntos F(–1, 1) y G(2, 7).
A constant straight line that passes through the points F(–1, 1) and G (2, 7).
155. …que pase por los puntos K(3, 2) y H(–1, 6).
A straight line that passes through the points K (3, 2) and H (–1, 6).
156. …que pase por los puntos L(6, 0) y M(–3, –6).
A straight line that passes through the points L (6, 0) and M (–3, –6).
157. …que pase por los puntos N(4, –3) y Ñ(–2, 6).
A straight line that passes through the points N (4, –3) and Ñ (–2, 6).

INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Qué matemáticas unen a las cremas solares, los aviones, la luz y la edad de los perros?

PROBLEMAS

Nota: no olvides que las situaciones descritas son ideales para poder tratarlas con rectas. Haz varios ejemplos antes de decidir la fórmula. Nombra a las variables con letras elocuentes y escribe el título de lo que estás tratando en cada eje coordenado.

158. La "edad humana" de una raza de perro determinada es siete veces su "edad canina". ¿Con qué fórmula se calcula la "edad humana" de estos perros? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante. ¿Qué "edad humana" tiene un perro si su "edad canina" es tres años y medio? ¿Qué "edad canina" tiene un perro si su "edad humana" es treinta y ocho años y medio?

The "human age" of a particular dog's race is seven times its "dog age". Which is the formula to calculate the "human age" of these dogs? Which is the independent variable? Which is the dependent variable? Plot the graphic .What is the "human age" of a dog if its "dog age" is three years and a half? What is the "dog age" of a dog if its "human age" is thirty–eight years and a half?

159. Los factores de protección de las cremas solares indican los minutos que puedes exponerte al Sol sin llegar a quemarte la piel. Supón que tu piel se quema a los 10 minutos sin usar crema protectora; si usas un protector 2, tu piel se quemará a los 20 minutos, si usas un protector 3, tu piel se quemará a los 30 minutos… Da la fórmula (en función del factor de la crema protectora que uses) de los minutos que puedes tomar el Sol sin quemarte. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuánto tiempo (en horas y minutos) podrás exponerte si te das una crema protectora de factor 14? ¿Qué factor debes ponerte si quieres aplicártelo una sola vez y estar tumbado en la playa desde las 10:00 horas hasta las 14:00 horas? Dibuja la posición en la gráfica.

Velocidad constante (espacio = velocidad · tiempo => s=v·t)

Average speed (distance = speed x time – s= v. t)

160. Da la fórmula (en función del tiempo) del espacio recorrido por un coche que viaja a una velocidad constante de 90km/h. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuántos kilómetros ha recorrido transcurridas cinco horas de viaje? ¿Cuánto tiempo habrá pasado cuando el vehículo se encuentre a 675km de su casa? Dibuja la posición en la gráfica.

Which is the formula (according to time) to find the distance travelled by a car at an average speed of 90km/h. Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How many kilometres has it travelled after five hours? How long will have passed when the car is at 675km far from home? Plot its position in the graph.

161. Da la fórmula (en función del tiempo) del espacio recorrido por un tractor que viaja a una velocidad constante de 40km/h. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuántos kilómetros ha recorrido transcurridos tres cuartos de hora? ¿Cuánto tiempo tarda el tractor en recorrer 65km? Dibuja la posición en la gráfica.

Which is the formula (according to time) to find the distance travelled by a tractor at an average speed of 40km/h. Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How many kilometers has it travelled in three quarters of an hour? How long will it take the tractor to do the same journey at 65km? Plot its position in the graph.

162. Da la fórmula (en función del tiempo) del espacio recorrido por una avioneta que viaja a una velocidad constante de 200km/h. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuántos kilómetros ha recorrido transcurridas seis horas y media de vuelo? ¿Cuánto tiempo habrá pasado cuando el vehículo se encuentre a 1.300km del aeródromo? Dibuja la posición en la gráfica.

Which is the formula (according to time) to find the distance travelled by a light aircraft at an average speed of 200km/h. Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How many kilometers has the aircraft travelled after six hours and a half? How long will have passed when the vehicle is at 1,300km far from the aerodrome? Plot its position in the graph.

163. La luz viaja a una velocidad constante de 300.000km/s (kilómetros cada segundo). Da la fórmula (en función del tiempo) del espacio recorrido por la luz en función del tiempo. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuántos kilómetros recorre la luz en un mes? ¿Cuánto tiempo necesita un fotón de luz para llegar desde la corteza del Sol a la Tierra? Dibuja los puntos correspondientes en la gráfica. Nota: la distancia Sol–Tierra es de 150 millones de kilómetros.

Light travels at an average speed of 300,000km/s (kilometre per second). Which is the formula (according to time) of the distance travelled by light? Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How many kilometers has light travelled in a month? How long does a photon of light need to go from the crust of the sun to the Earth's crust? Plot the points in the graph. Note that the distance from the Sun to the Earth is 150 millions of kilometres.

Facturas, presupuestos…

Invoices, estimates…

164. Un parque de atracciones cobra 13€ por persona (por cada entrada). Da la fórmula de las ganancias del parque en función del número de personas que compran entrada. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Cuánto dinero ha ganado el parque cuando han pasado 35 personas por taquilla? ¿Cuánta gente tiene que haber comprado entrada para que el parque gane 4.758€? Dibuja el punto correspondiente en la gráfica.

A funfair charges 13€ per ticket. Which is the formula to find the benefits of the funfair taking into account the number of people who buy tickets? Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How much will have the funfair earned if 35 people had bought the ticket? How many people have to buy a ticket for the funfair to earn 4,758€? Plot the corresponding point in the graph.

165. Juan es pintor y cobra 5€ por m^2 de pared pintada. Da la fórmula de lo que hay que pagar al pintor en función de la superficie de paredes que pinta. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Qué superficie tiene que pintar Juan para cobrar 6.150€? ¿A cuánto asciende el presupuesto del pintor para una casa con 880m^2 de paredes? Dibuja los puntos correspondientes en la gráfica.

Juan is a painter and he charges 5€ per m^2 of painted wall. Which is the formula to find the amount that has to be paid to the painter taking into account the area of walls painted? Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). Which area does Juan have to paint to charge 6,150€? Which estimate would the painter give the customer for a house whose walls measure 880m^2? Plot the points in the graph.

166. Un despacho de abogados cobra una mensualidad de 50€ a sus abonados, a lo que hay que sumar 10€ por cada servicio que presta. Da la fórmula del montante de la factura en función del número de servicios prestados. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿A cuánto ascenderá la factura de Carlos si ha

necesitado 8 servicios? ¿Cuántos servicios ha necesitado Victoria si ha pagado 190€? Dibuja los puntos correspondientes en la gráfica.

A solicitor's office charges its customers €50 a month and €10 per each service rendered. Which is the formula to find the total amount of the invoice for the services rendered? Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How much will Carlos' invoice be if he has needed 8 services? How many services has Victoria needed, given that she has paid €190? Plot the points in the graph.

167. Imagina que pagas por las llamadas del móvil un fijo de 60 céntimos y, a partir de ahí, 5 céntimos el minuto a cualquier operador. Da la fórmula del montante de la factura en función del tiempo de llamada. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿A cuánto ascenderá la factura de Mabel si ha pasado 42 minutos hablando? ¿Cuánto tiempo habrá pasado conversando Luis si ha pagado 42€? Dibuja los puntos correspondientes en la gráfica.

Imagine that you pay 60 cents for calling from a mobile phone to a fix phone and then you are charged 5 cents per minute when you call to any operator. Which is the formula to find the total amount of the invoice taking into account the duration of the call? Which is the independent variable? And which is the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How much will Mabel have to pay if she has talked for 42 minutes? How long will Luis have spent talking if he has paid €42? Plot the points in the graph.

168. Una empresa de mensajería profesional cobra a sus clientes una cantidad fija de 90€ mensuales más 2€ por envío solicitado (no importa el lugar de destino). ¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál la variable dependiente? ¿Con qué fórmula calculan las facturas? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes) ¿A qué importe asciende una factura de un total de 13 envíos? ¿Cuántos servicios ha solicitado un cliente si ha tenido que pagar una factura de 144€?

A delivery company charges its customers €90 per month and €2 per each delivery (regardless of the destination). Which is the independent variable? Which is the dependent variable? Which formula would you use to calculate the amount of the invoices? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). Which is the amount shown in the invoice for 13 deliveries? How many services has the customer ordered if he has paid an invoice of €144?

169. Si la factura de la luz tiene un fijo de 8€ y luego se le suma el consumo a razón de 0,20€ el kWh (kilovatio–hora), da la fórmula del montante de la factura en función del consumo de kilovatios–hora. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿A cuánto ascenderá la factura de Fernando si ha consumido 840kWh este mes? ¿Cuántos kWh habrá consumido Esmeralda si ha pagado 35€? Dibuja los puntos correspondientes en la gráfica.

If the electricity bill has a fixed rate of €8 and then the consumption per KWh (kilowatt – hour) is €0.20, give the formula of the total amount of the bill taking into account the consumption of kilowatt –hour. Which is the independent variable? And the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale). How much will Fernando have to pay if he has consumed 840kWh this month? How many kWh has Esmeralda used if she has paid €35 for the electricity bill? Plot the points in the graph.

(problemas facilitando la ecuación)

170. Moisés y Javier son clientes de una empresa de servicios domésticos que le aplica una factura mensual de acuerdo con la fórmula siguiente: f=50s + 100, donde la "s" es el número de servicios prestados (limpieza, mantenimiento, riego del jardín, poda…) y la "f" es el montante a pagar en euros. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja la gráfica resultante (adecuando la escala de los ejes). ¿Qué fijo cobra la empresa cada mes, aun cuando no se haya hecho ningún servicio? ¿Cuánto pagará Moisés el mes que solicite 5 servicios domésticos? ¿Y Javier por 9 servicios domésticos? Dibuja las posiciones en la gráfica.

Moisés and Javier are customers of a domestic services enterprise which charges them a monthly invoice based on the formula: f=50s + 100, being "s" the number of services provided (cleaning, maintenance, garden watering, pruning …) and "f" is the total amount to be paid. Which is the independent variable? And the dependent variable? Plot the resulting graph (adjusting the axes scale) Which fixed rate does the Enterprise charge every month to their customers even if no services have been provided? How much will Moisés pay when he requires 5 services a month? How much will Javier pay for 9 services? Plot the points in the graph.

171. La actividad empresarial de una compañía ha reportado unos beneficios que se ajustan estadísticamente a la siguiente función $f(t) = 120t$, donde t es el tiempo en años y f(t) miles de euros. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja esta función y contesta razonadamente a las siguientes preguntas sabiendo que la empresa ha operado durante 8 años: ¿cuál ha sido el máximo beneficio que ha conseguido en estos años? ¿En qué año se produjo ese beneficio? ¿Qué beneficios se obtuvieron al final del quinto año de actividad? ¿Ha estado alguna vez en números rojos?

The business activity of a company has obtained some benefits adjusted to the following function $f(t) = 120t$, where "t" is the time expressed in years and "f(t)" is thousands of euros. Which is the independent variable? And the dependent variable? Plot this function and answer the following questions taking into consideration that the company has been doing business for 8 years. Which maximum benefit has the company obtained during these years? In which year did the company obtained that benefit? Which benefits did the company obtained at the end of its fifth year of business? Has the company ever been in the red?

172. La actividad empresarial de una compañía ha reportado unos dividendos que se ajustan estadísticamente a la siguiente función $f(t) = -20t + 200$, donde t es el tiempo en años y f(t) miles de euros. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja esta función y contesta razonadamente las preguntas: ¿qué inversión de capital inicial tuvo la empresa en su creación? ¿Ha obtenido alguna vez beneficios respecto a esa inyección de capital inicial? ¿Cuándo empezará a estar en números rojos?

The business of a company has obtained dividend adjusted to the following statistic function $f(t) = -20t + 200$, where t is the time expressed in years and f(t) thousands of euros. Which is the independent variable? And the dependent variable? Plot this function and answer the following questions: How much was the capital invested for the creation of the company? Has it ever obtained any benefits in relation to that initial investment? When it will be in the red?

173. La actividad empresarial de una compañía que ha operado durante 10 años ha reportado unos beneficios que se ajustan estadísticamente a la siguiente función $f(t) = 45t + 90$, donde t es el tiempo en años y f(t) miles de euros. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Dibuja esta función y contesta razonadamente las preguntas: ¿qué inversión de capital inicial tuvo la empresa en su creación? ¿Cuál ha sido el máximo beneficio que ha conseguido en estos años? ¿Ha estado alguna vez en números rojos?

A company which has been doing business for 10 years has obtained benefits adjusted to the following statistic function $f(t) = 45t + 90$, where t is the time expressed in years and f(t) thousands of euros. Which is the independent variable? And the dependent variable? Plot this function and answer the following questions: how much was the capital invested for the creation of the company? Which is the maximum benefit obtained by the company these years? Has the company ever been in the red?

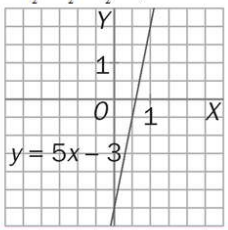
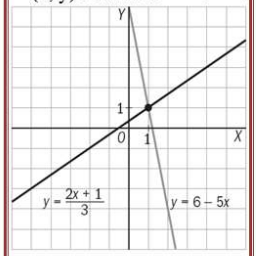
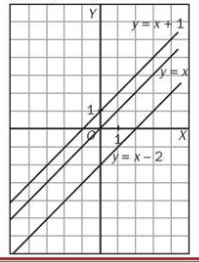
SISTEMAS

INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Se ve el arcoíris siempre que llueve y sale el sol? ¿Qué matemáticas hay detrás de los signos del zodiaco?

RECUERDA

SI: sistema incompatible => no hay solución
SCD: sistema compatible determinado => un punto solución
SCI: sistema compatible indeterminado => infinitas soluciones

SISTEMAS DE ECUACIONES

COMPATIBLES		INCOMPATIBLES
INDETERMINADOS	DETERMINADOS	$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ ó $\begin{cases} y=m_1x+n_1 \\ y=m_2x+n_2 \end{cases}$
Infinitas soluciones. Rectas coincidentes. Ecuaciones equivalentes. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ ó $\begin{cases} m_1=m_2 \\ n_1=n_2 \end{cases}$ 	Solución única. Rectas que se cortan en el punto (x, y) solución. $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ $m_1\neq m_2$ 	Ninguna solución. Rectas paralelas. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ ó $\begin{cases} m_1=m_2 \\ n_1\neq n_2 \end{cases}$ 

RESOLUCIÓN GRÁFICA DE SISTEMAS

Reflexiona sobre el tipo de sistema de cada ejercicio antes de graficarlo. Haz la prueba siempre que la solución lo permita:

174. $\begin{cases} x-y=-3 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$
175. $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-2 \end{cases}$
176. $\begin{cases} x+y=-2 \\ x+y=0 \end{cases}$
177. $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-y=3 \end{cases}$
178. $\begin{cases} y-2x=8 \\ 2x+y=0 \end{cases}$
179. $\begin{cases} 3x=-1-y \\ 4x+y=6 \end{cases}$
180. $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=5 \end{cases}$
181. $\begin{cases} 4x-5=-y \\ x-y=0 \end{cases}$
182. $\begin{cases} x=5 \\ x+2y=2+y \end{cases}$
183. $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+8=x \end{cases}$
184. $\begin{cases} x+3=y-3 \\ 2(x+3)=6-y \end{cases}$

185. $\begin{Bmatrix} x-(y+1)=3 \\ y-(x+3)=4 \end{Bmatrix}$

Ecuaciones explícitas con coeficientes no enteros

186. $\begin{Bmatrix} -3x+y=2 \\ x-2y=-4 \end{Bmatrix}$

187. $\begin{Bmatrix} -3y-9=6x \\ x-2y=1 \end{Bmatrix}$

188. $\begin{Bmatrix} 2x-4y-8=0 \\ -15x-5y=10 \end{Bmatrix}$

189. $\begin{Bmatrix} 6x-6y=2 \\ -2x+2y=3 \end{Bmatrix}$

190. $\begin{Bmatrix} -7x-14y=14 \\ -2x=4-10y \end{Bmatrix}$

191. $\begin{Bmatrix} -4x-8y=-6 \\ 2x+4y=3 \end{Bmatrix}$

RECTA POR DOS PUNTOS

RECUERDA

La recta $r \equiv y = mx + n$ que pasa por los puntos $P(p_x, p_y)$ y $Q(q_x, q_y)$ se consigue resolviendo el sistema de incógnitas "m" y "n":

$$\begin{Bmatrix} p_y = m \cdot p_x + n \\ q_y = m \cdot q_x + n \end{Bmatrix}$$

192. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–3, 0) y Q(2, –5).

193. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(1, –3) y Q(–2, 0).

194. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–1, –1) y Q(–2, 2).

195. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–1, 1) y Q(–2, –2).

196. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–6, –5) y Q(–7, 0).

197. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–3, 3) y Q(–2, 2).

198. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(0, –8) y Q(–1, –1).

199. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(1, 0) y Q(5, –3).

200. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–5, 0) y Q(–1, –3).

201. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(0, 2) y Q(4, –1).

202. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(0, 0) y Q(–2, –1).

203. Calcula la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(–1, –2) y Q(–4, 2).

204. *Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(0, 0) y Q(0, –9).

SISTEMA CON CONDICIONES

Rectas y=mx+n

205. Halla **la** recta que contiene al punto P(1, –2) y tiene pendiente 2.
206. Halla **la** recta que contiene al punto P(0, –3) y tiene pendiente –6.
207. Halla **una** recta que contiene al punto P(–5, 6) y es creciente.
208. Halla **la** recta que contiene al punto P(7, –8) y tiene pendiente 5.
209. Halla **la** recta que contiene al punto P(–3, –5) y tiene pendiente –1/3.
210. Halla **una** recta que contiene al punto P(0, –1) y es decreciente.
211. Halla **la** recta que contiene al punto P(9, 4) y tiene pendiente 1/2.
212. Halla **una** recta que contenga al punto P(3, –3) y tenga pendiente negativa.
213. Halla **una** recta que contenga al punto P(–1, 6) y tenga pendiente positiva.
214. Halla **una** recta que contiene al punto P(–2, –7) y es creciente.
215. Halla **una** recta que contenga al punto P(–2, –3) y tenga pendiente negativa.
216. Halla **una** recta que contenga al punto P(4, 0) y tenga pendiente positiva.
217. Halla **una** recta que contenga al punto P(–5, –1) y tenga pendiente negativa.

Sistemas:

$$\begin{Bmatrix} y = m_1 \cdot x + n_1 \\ y = m_2 \cdot x + n_2 \end{Bmatrix} \quad \text{o} \quad \begin{Bmatrix} a_1x + b_1y = c_1 \ \text{ sabiendo } m_1 = -\frac{a_1}{b_1} \\ a_2x + b_2y = c_2 \ \text{ sabiendo } m_2 = -\frac{a_2}{b_2} \end{Bmatrix}$$

218. Formula un sistema compatible indeterminado con todos los coeficientes distintos.
219. Formula un sistema incompatible con todos los coeficientes negativos.
220. Formula un sistema compatible determinado con todos los coeficientes pares.
221. Halla **un** sistema que tenga al punto P(–1, –5) como solución y cuyas rectas sean de pendientes opuestas (¡recuerda! pendientes "iguales" pero de distinto signo).
222. Halla **un** sistema de dos ecuaciones de primer grado que tenga al punto P(0, –7) como solución y cuya primera recta sea paralela a y = 2x – 1.
223. Halla **un** sistema que tenga al punto P(–2, –4) como solución y cuyas rectas tengan pendientes de signos opuestos.
224. Halla **un** sistema de dos ecuaciones de primer grado que tenga al punto P(–2, 3) como solución y cuya primera recta tenga pendiente positiva mientras que la segunda recta sea paralela a la recta y = – x + 5.
225. Halla **un** sistema que tenga al punto P(–8, 1) como solución y cuyas rectas tengan pendientes del mismo signo.
226. Halla **un** sistema de dos ecuaciones de primer grado que tenga al punto P(–3, 0) como solución y cuya primera recta sea paralela a la recta y = – 4x y cuya segunda recta sea paralela a la recta y = – x – 2.
227. *¿Existe **un** sistema que tenga al punto P(–6, –6) como solución y cuyas rectas tengan la misma pendiente?

DESCRIPCIÓN DE FUNCIONES

RECUERDA

PASOS:

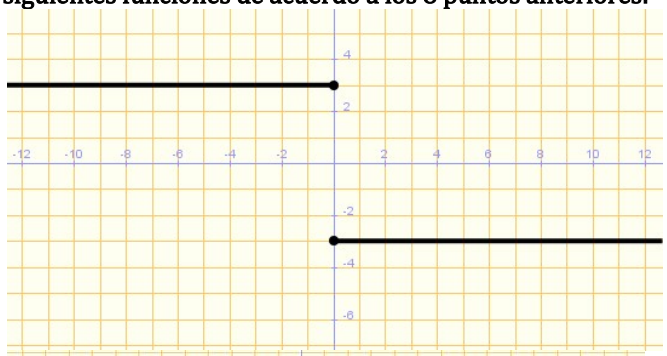
1º ¿Está la función bien definida?
2º Dominio de definición.
3º Imagen, puntos de corte con los ejes y signo de la función.
4º Continuidad/discontinuidades y asíntotas.
5º Simetría respecto rectas, incluyendo simetría par/impar.
6º Periodicidad de periodo T.
7º Intervalos de crecimiento/decrecimiento/constancia y extremos relativos/absolutos (máximos, mínimos).
8º Intervalos de concavidad positiva/negativa y puntos de inflexión.

RECUERDA

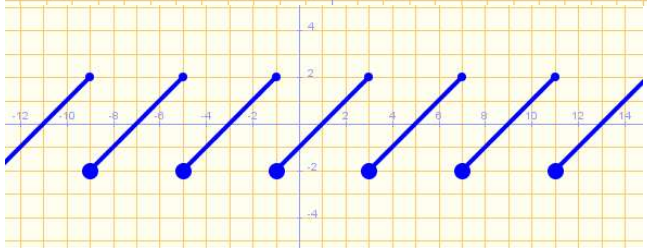
Si hay un punto gordo, significa intervalo cerrado; si hay un punto pequeño o un punto hueco, significa intervalo abierto. Si en los extremos de la gráfica no hay puntos, significa que la línea continúa al infinito.

Describe las siguientes funciones de acuerdo a los 8 puntos anteriores:

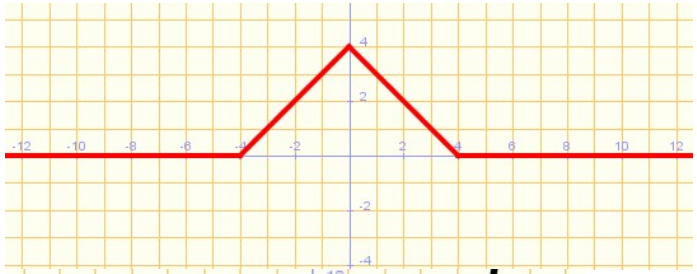
228.



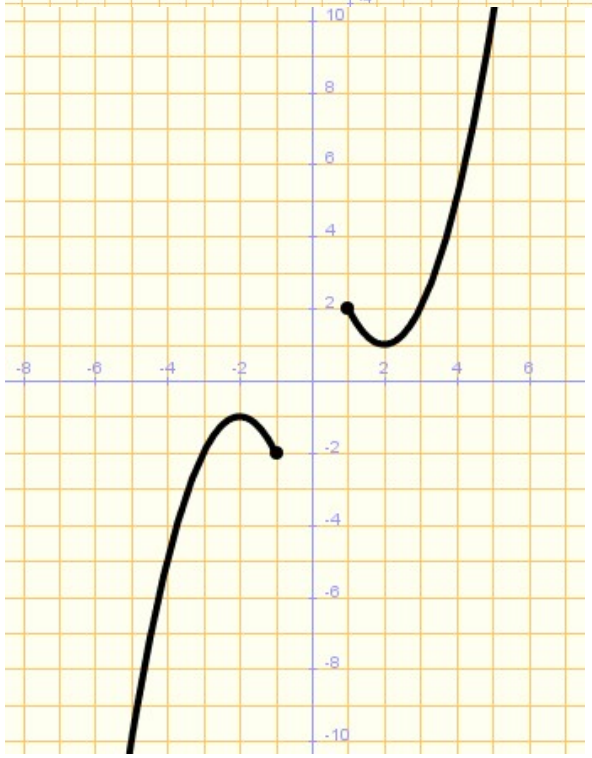
229.



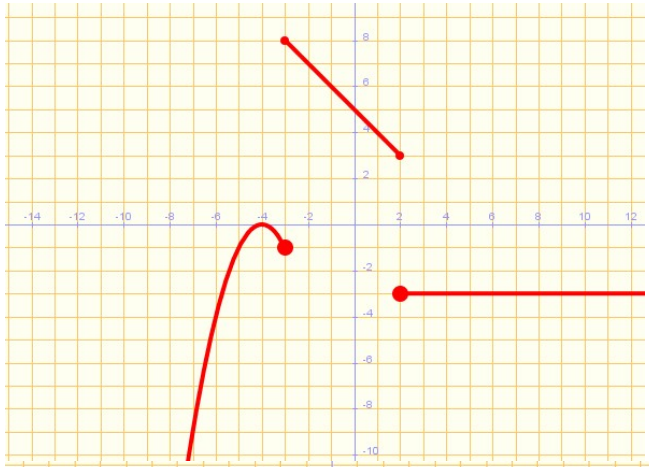
230.



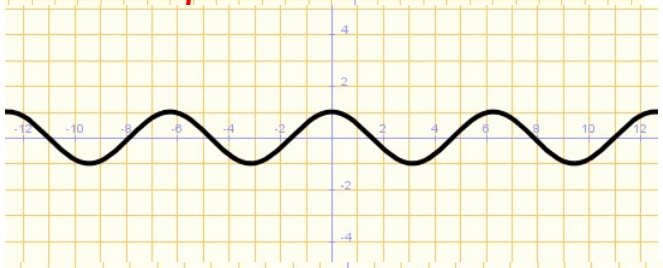
231.



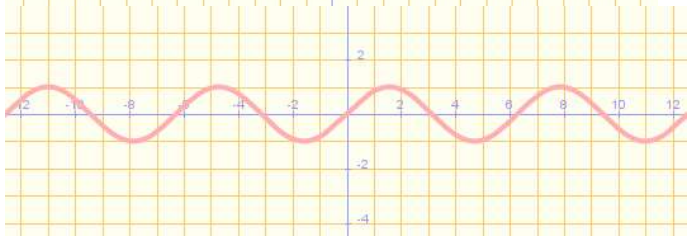
232.



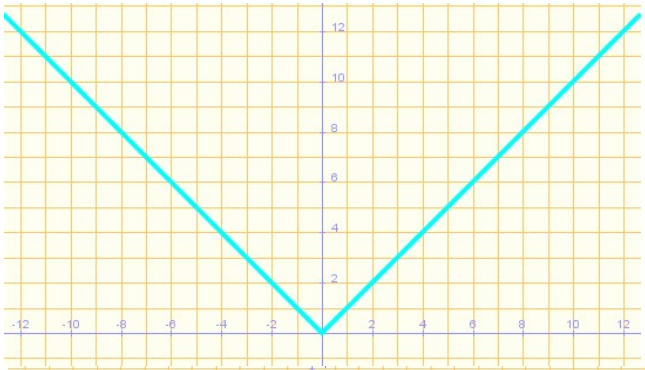
233.



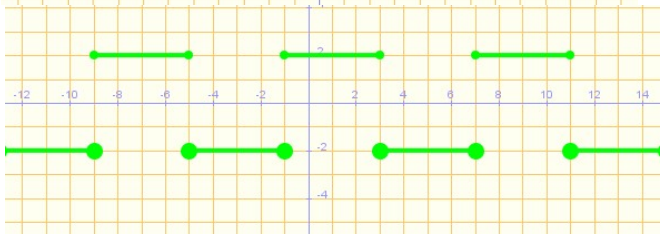
234.



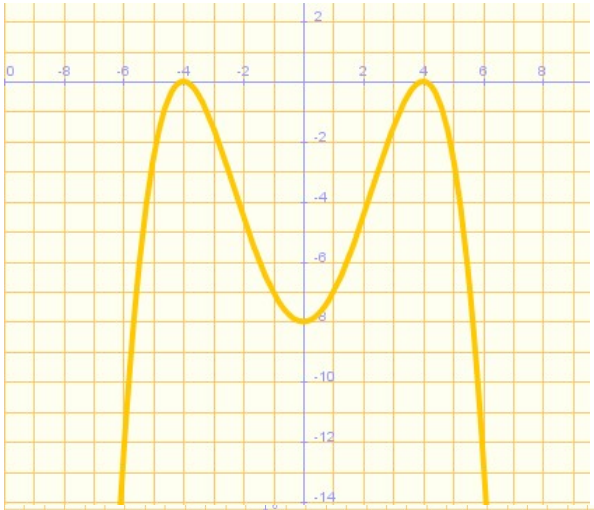
235.



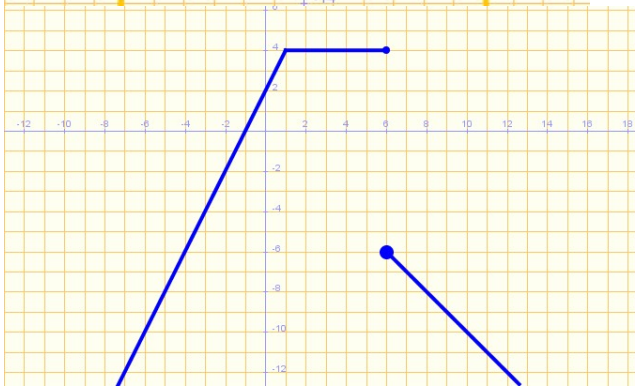
236.



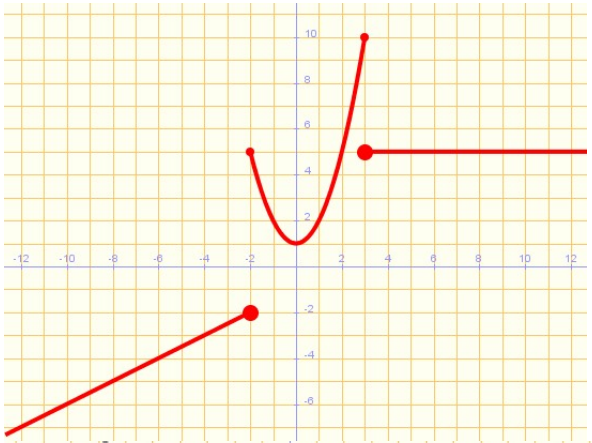
237.



238.

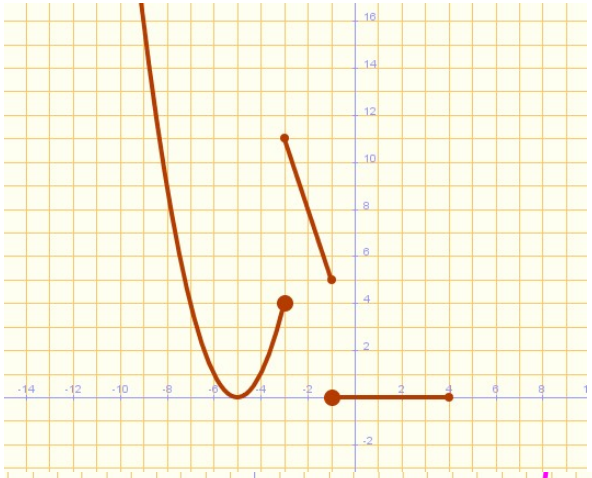


239.

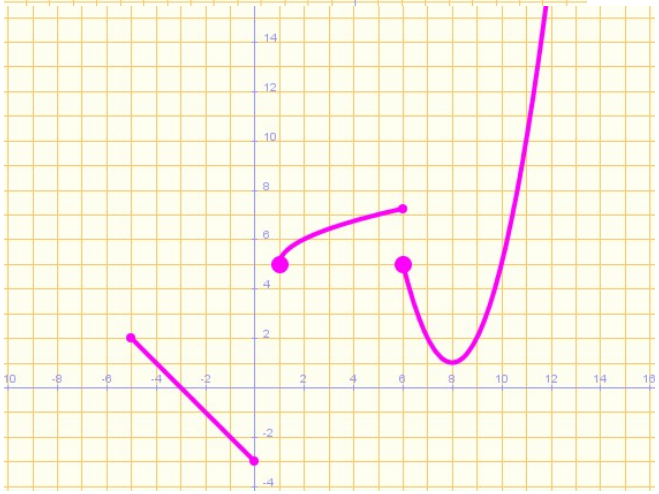


240.

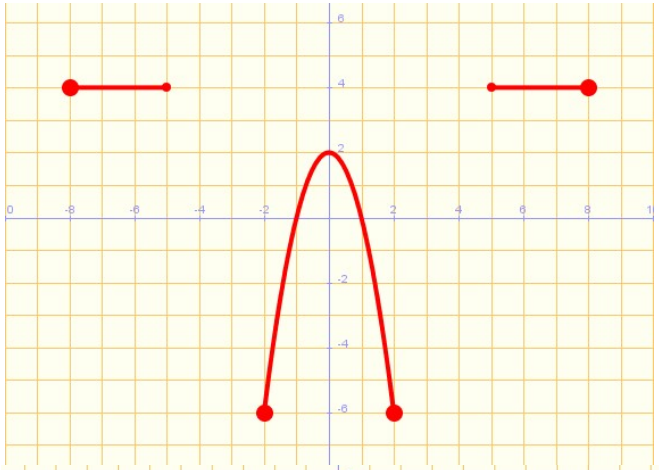
241.



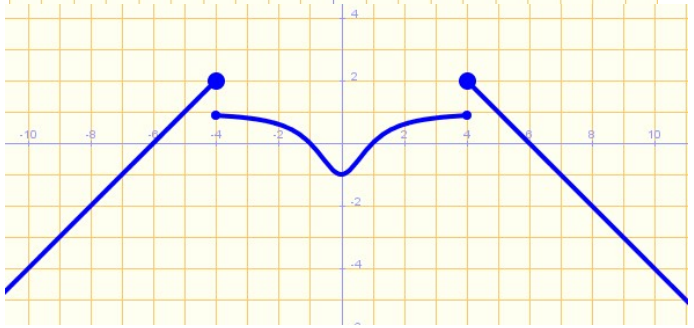
242.



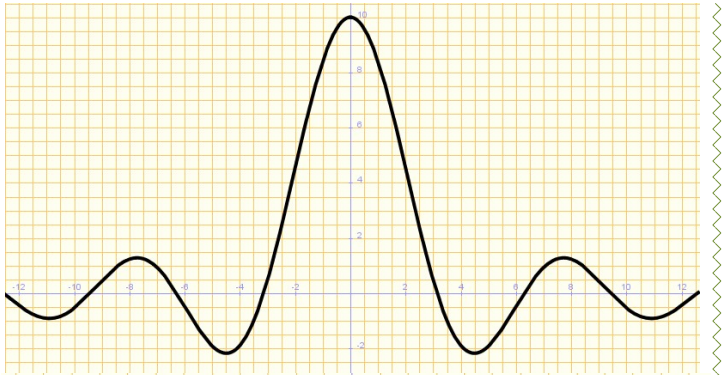
243.



244.



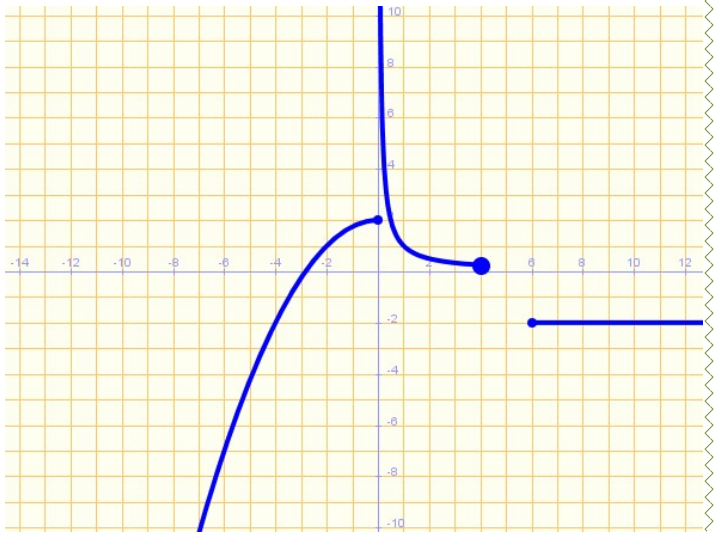
245.



246.

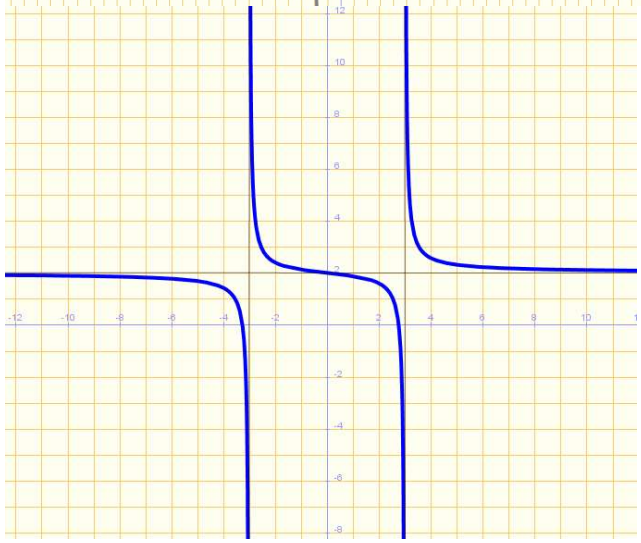
Con asíntotas

247.

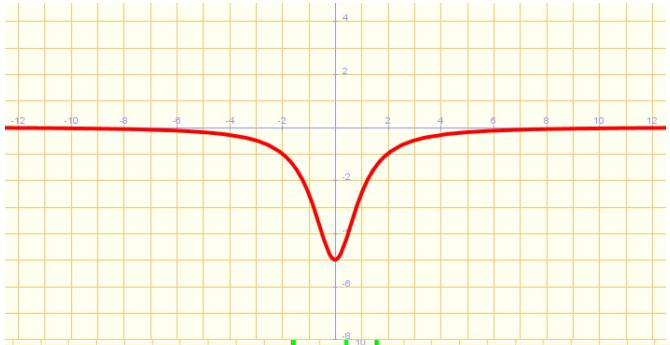


248.

249.

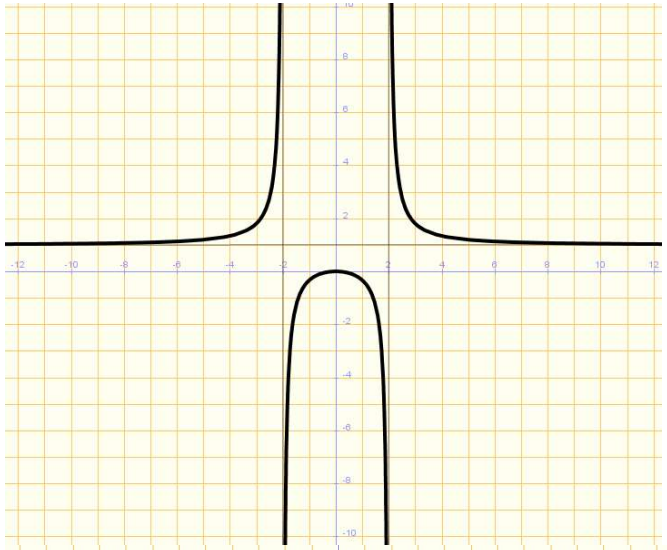


250.

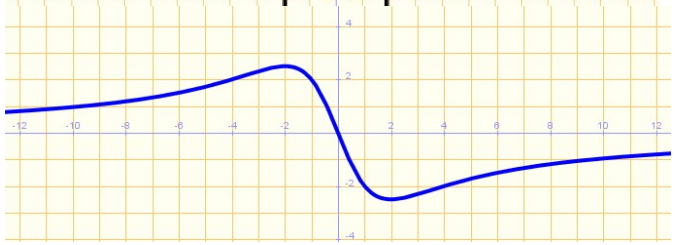


251.

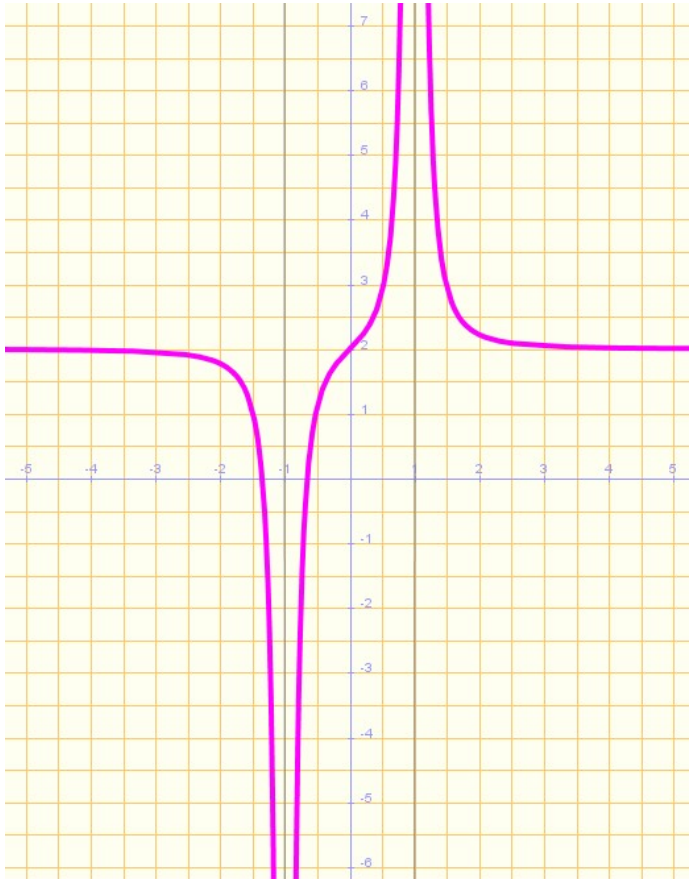
252.



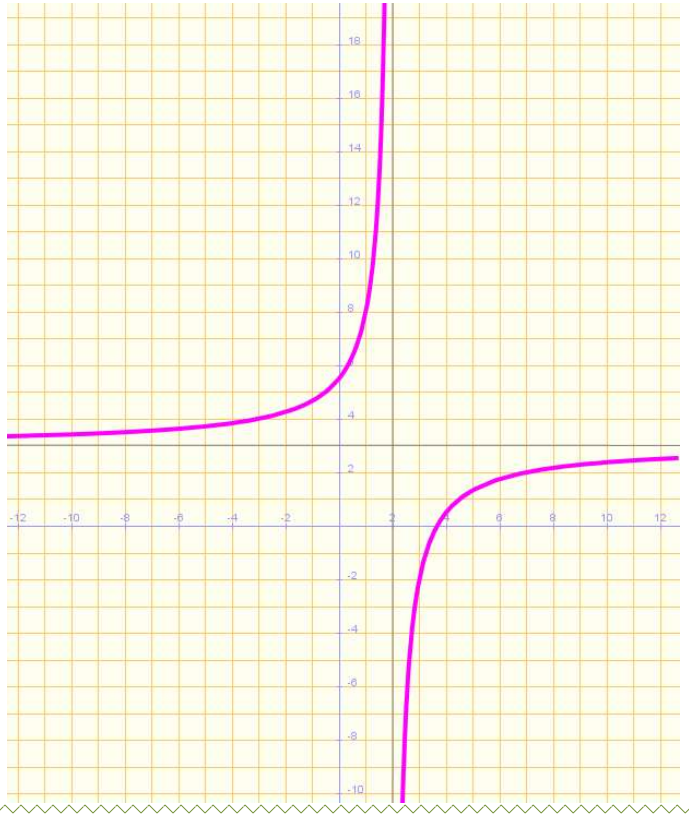
253.



254.



255.



FUNCIONES ELEMENTALES. COMPOSICIÓN.

FUNCIONES ELEMENTALES

- Funciones
  - Algebraicas
    - Racionales
      - Enteras: $f(x)=x^n$
      - Fraccionarias: $f(x)=\frac{1}{x^n}$
    - Irracionales: $f(x)=\sqrt[n]{x}$ $\left(=x^{1/n}\right)$
  - Transcendentes
    - Trigonométricas: $f(x)=\cos(x)$
    - Exponenciales: $f(x)=e^x$
    - Logarítmicas: $f(x)=\log(x)$
    - Hiperbólicas: $f(x)=Senh(x)$ $\left(=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)$

A partir de la función f(x), halla por composición según se te indica la fórmula de la nueva función g(x).

256. Sea $f(x)=2x+1$, halla $g(x)=f(-x)$.
257. Sea $f(x)=x^2-3$, halla $g(x)=f(x+1)$.
258. Sea $f(x)=\sqrt{x^2+4}$, halla $g(x)=f(3x)$.
259. Sea $f(x)=-2^{x-1}$, halla $g(x)=f(-x+1)$.
260. Sea $f(x)=\frac{-1}{4x}$, halla $g(x)=f(x-2)$.
261. Sea $f(x)=\log(x+1)$, halla $g(x)=f(-x)$.
262. Sea $f(x)=-2x^3$, halla $g(x)=f(1-x)$.
263. Sea $f(x)=\frac{3}{-5x^2-6}$, halla $g(x)=f(-x)$.
264. Sea $f(x)=-3x+2$, halla $g(x)=f(-x)+1$.
265. Sea $f(x)=-x^2-1$, halla $g(x)=f(x+1)-2$.
266. Sea $f(x)=-\sqrt{2-x^2}$, halla $g(x)=f(-2x)+5$.

267. Sea $f(x) = 5^{-x} + 3$, halla $g(x) = f(6 - x) - 3$.

268. Sea $f(x) = \frac{1}{-3x}$, halla $g(x) = f(x - 2)+4$.

269. Sea $f(x) = \log(-x + 2)$, halla $g(x) = f(x) - 4$.

270. Sea $f(x) = -x^3$, halla $g(x) = f(-x)+6$.

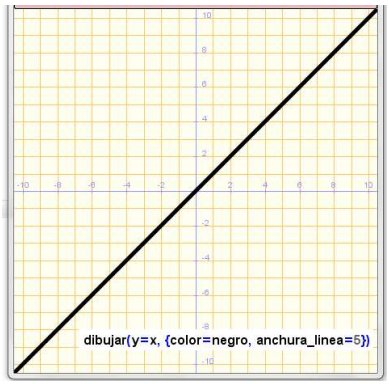
271. Sea $f(x) = \frac{3}{2x-1}$, halla $g(x) = f(x - 4) - 1$.

MODELOS

Rectas

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}\}$

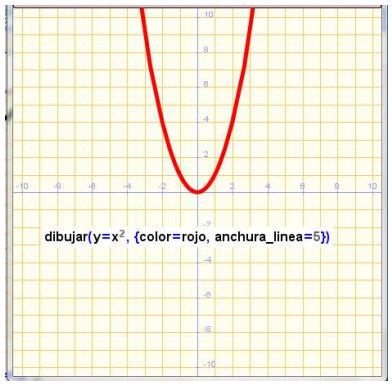
$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}\}$



Parábolas

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}\}$

$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0}\}$

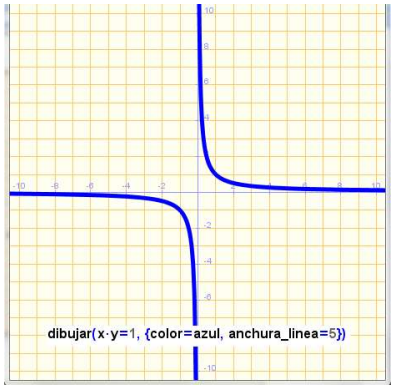


Hipérbolas

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}\}$

$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{y} \neq \boldsymbol{0}\}$

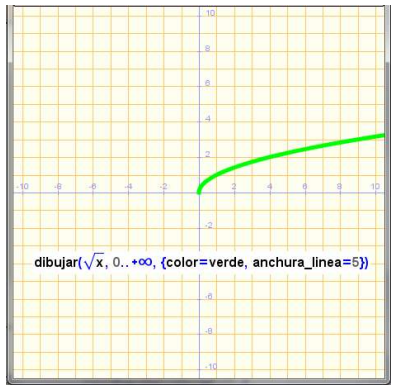
$\boldsymbol{A.V.} \equiv \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ $\quad$ $\boldsymbol{A.H.} \equiv \boldsymbol{y} = \boldsymbol{0}$



Raíces

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}\}$

$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0}\}$

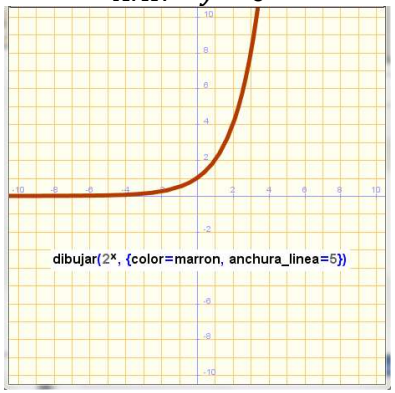


Exponenciales

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}\}$

$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{y} > 0\}$

$\boldsymbol{A.H.} \equiv \boldsymbol{y} = \boldsymbol{0}$

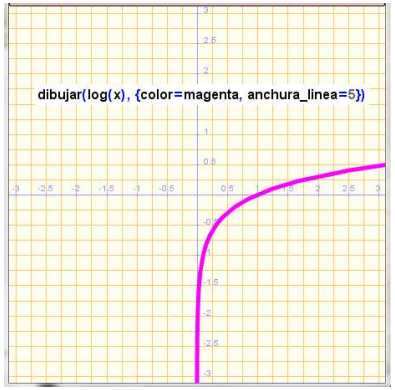


Logarítmicas

$\boldsymbol{Dominio} \equiv \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R} / \boldsymbol{x} > 0\}$

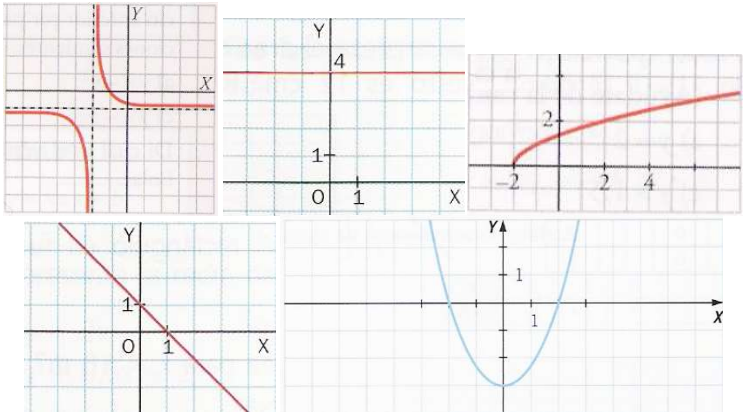
$\boldsymbol{Imagen} \equiv \{\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}\}$

$\boldsymbol{A.V.} \equiv \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$



272. Asociada a cada fórmula su gráfica correcta:

$a)\ f(x)=3x^2-12$ $b)\ f(x)=4$ $c)\ f(x)=-x+1$

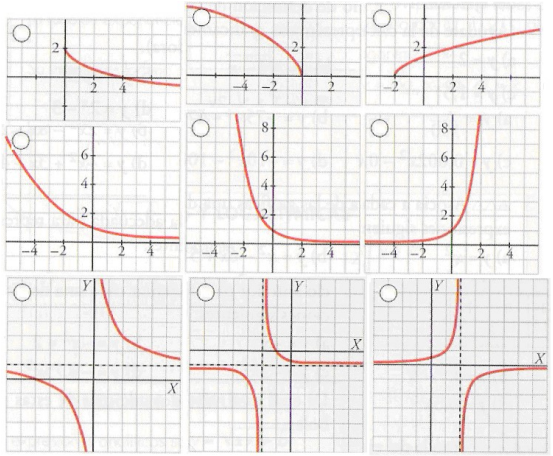


273. Asociada a cada gráfica su fórmula correcta:

$a)\quad y=\sqrt{x+2}$ $d)\quad y=-1+\dfrac{1}{x+2}$

$b)\quad y=2-\sqrt{x}$ $e)\quad y=3^x$

$c)\quad y=\dfrac{4}{x}+1$ $f)\quad y=0'7^x$



RECUERDA

Dominio: $x \in R$ para los que y=f(x) tiene sentido.

Imagen: $y \in R$ para los que existe $x \in R$ tal que y=f(x).

Ayudándote de los modelos facilitados más arriba, dibuja grosso modo las gráficas de las siguientes funciones, fijándote en los puntos de corte con los ejes, la abertura, su dominio y su imagen:

Rectas $y = ax$

WIRIS dibujar (y=3x, {color=azul})

a>1

274. $y = 2x$

275. $y = 3x$

276. $y = 5x$

277. $y = \frac{7x}{2}$

278. $y = \frac{3}{2}x$

a=1

279. $y = x$

a<1

280. $y = \frac{3x}{4}$

281. $y = \frac{8x}{15}$

282. $y = \frac{2x}{9}$

283. Da la fórmula de una recta cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{9x}{5}$ y $g(x) = \frac{5x}{2}$.

284. Da la fórmula de una recta cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{6x}{10}$ y $g(x) = \frac{1x}{4}$.

285. Da la fórmula de una recta cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = 12x$ y $g(x) = \frac{31x}{2}$.

286. Da la fórmula de una recta cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{23x}{3}$ y $g(x) = 7x$.

Parábolas $y = ax^2$

a>1

WIRIS dibujar $(y = \frac{x^2}{4}, \{color = verde\})$

287. $y = 2x^2$

288. $y = 3x^2$

289. $y = 6x^2$

290. $y = \frac{5}{2}x^2$

a=1

291. $y = x^2$

a<1

292. $y = \frac{x^2}{4}$

293. $y = \frac{2x^2}{3}$

294. $y = \frac{4}{25}x^2$

295. $y = \frac{2}{95}x^2$

296. Da la fórmula de una parábola cuya gráfica sea más cerrada que la gráfica de $f(x) = \frac{6x^2}{5}$.

297. Da la fórmula de una parábola cuya gráfica sea más abierta que la gráfica de $f(x) = \frac{3x^2}{8}$.

298. Da la fórmula de una parábola cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = 6x^2$ y $g(x) = \frac{25x^2}{4}$.

299. Da la fórmula de una parábola cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{x^2}{2}$ y $g(x) = \frac{3}{5}x^2$.

Raíces $y = \sqrt{ax}$

a>1

WIRIS dibujar $(\sqrt{\frac{x}{3}}, 0..+\infty, \{color = marron\})$

300. $y = \sqrt{2x}$

301. $y = \sqrt{5x}$

302. $y = \sqrt{7x}$

303. $y = \sqrt{\frac{9}{2}x}$

a=1

304. $y = \sqrt{x}$

a<1

305. $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

306. $y = \sqrt{\frac{x}{3}}$

307. $y = \sqrt{\frac{x}{4}}$

308. $y = \sqrt{\frac{2x}{5}}$

309. Da la fórmula de una función del tipo $\sqrt{ax}$ cuya gráfica esté por encima de la gráfica de $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4}}$.

310. Da la fórmula de una función del tipo $\sqrt{ax}$ cuya gráfica esté por debajo de la gráfica de $f(x) = \sqrt{\frac{7x}{5}}$.

311. Da la fórmula de una función del tipo $\sqrt{ax}$ cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \sqrt{5x}$ y $g(x) = \sqrt{\frac{23x}{4}}$.

312. Da la fórmula de una función del tipo $\sqrt{ax}$ cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \sqrt{\frac{7x}{10}}$ y $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{3}}$.

Hipérbolas y=a/x

WIRIS dibujar (y·x=5, {color=rojo})

a>1

313. $y = \frac{3}{x}$

314. $y = \frac{2}{x}$

315. $y = \frac{5}{x}$

316. $y = \frac{7}{4x}$

317. $y = \frac{6}{x}$

a=1

318. $y = \frac{1}{x}$

a<1

319. $y = \frac{2}{5x}$

320. $y = \frac{2}{15x}$

321. $y = \frac{3}{32x}$

322. Da la fórmula de una hipérbola cuya gráfica sea más suave que la gráfica de $f(x) = \frac{4}{5x}$.

323. Da la fórmula de una hipérbola cuya gráfica sea más angulosa que la gráfica de $f(x) = \frac{3}{7x}$.

324. Da la fórmula de una hipérbola cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{3}{x}$ y $g(x) = \frac{11}{3x}$.

325. Da la fórmula de una hipérbola cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \frac{3}{4x}$ y $g(x) = \frac{1}{2x}$.

INTRODUCCIÓN. Dentro de la web www.estenmaticas.es, entra en la sección de LA PREGUNTA MATEMÁTICA y busca => ¿Qué tienen en común, matemáticamente hablando, los champiñones, la salmonela y los fósiles?

Exponenciales y=a^x

WIRIS dibujar ((0.2)^x, {color=magenta})

a>1

326. $y = 2^x$

327. $y = 3^x$

328. $y = (4{,}6)^x$

329. $y = 5^x$

330. $y = e^x$

331. $y = (1{,}6)^x$
332. $y = (1{,}1)^x$
333. $y = (1{,}75)^x$
334. $y = (1{,}25)^x$

a=1

335. $y = 1^x$

a<1

336. $y = (0{,}3)^x$
337. $y = (0{,}5)^x$
338. $y = (0{,}65)^x$
339. $y = (0{,}8)^x$
340. $y = (0{,}2)^x$
341. Da la fórmula de una función exponencial cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = (3{,}2)^x$ y $g(x) = \left(\frac{17}{5}\right)^x$.
342. Da la fórmula de una función exponencial cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = (0{,}25)^x$ y $g(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^x$.

b·a^x con b<1

343. $y = \frac{2^x}{7}$
344. $y = \frac{2^x}{3}$
345. $y = \frac{2^x}{4}$
346. $y = \frac{2^x}{5}$
347. $y = \frac{3}{5} \cdot 2^x$

b·a^x con b>1

348. $y = \frac{35}{8} \cdot 2^x$
349. $y = \frac{9}{5} \cdot 2^x$
350. $y = \frac{27}{4} \cdot 2^x$
351. $y = \frac{32}{3} \cdot 2^x$

Logarítmicas y= log_a (x)

WIRIS dibujar ($\log_2 x$, {color=rosa})

a>1

352. $y = \log(x)$
353. $y = \log_2(x)$
354. $y = \log_3(x)$
355. $y = \log_4(x)$
356. $y = \log_5(x)$
357. $y = \log_{15}(x)$
358. $y = \log_{20}(x)$
359. $y = \log_{1,1}(x)$
360. $y = \log_{1,25}(x)$
361. $y = \log_{1,5}(x)$

a<1

362. $y = \log_{0,5}(x)$
363. $y = \log_{0,75}(x)$
364. $y = \log_{0,25}(x)$
365. $y = \log_{0,3}(x)$
366. $y = \log_{0,1}(x)$
367. $y = \log_{0,4}(x)$
368. $y = \log_{0,6}(x)$
369. $y = \log_{0,8}(x)$
370. $y = \log_{0,9}(x)$

log (b·x) con b>1

371. $y = \log(2x)$
372. $y = \log(3x)$

373. $y = \log(4x)$
374. $y = \log(5x)$
375. $y = \log\left(\frac{5x}{2}\right)$
376. $y = \log\left(\frac{8x}{3}\right)$

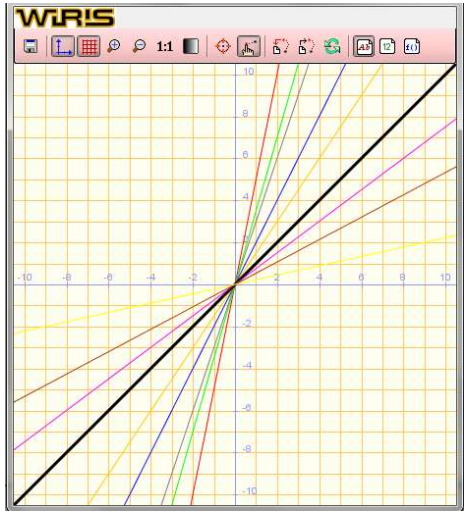
log (b·x) con b<1

377. $y = \log\left(\frac{x}{2}\right)$
378. $y = \log\left(\frac{x}{3}\right)$
379. $y = \log\left(\frac{3x}{5}\right)$
380. Da la fórmula de una función logarítmica cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \log_{1,3}(x)$ y $g(x) = \log_{3/2}(x)$.
381. Da la fórmula de una función logarítmica cuya gráfica esté entre las gráficas de $f(x) = \log_{0,45}(x)$ y $g(x) = \log_{4/5}(x)$.

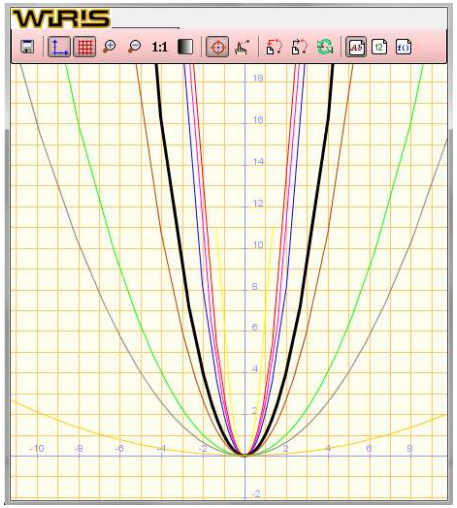
Relaciona las gráficas de colores dadas a continuación con las fórmulas de todos los ejercicios de la sección anterior. Calcula en alguna de estas funciones la tasa de variación media en un intervalo de tu elección.

Tasa de Variación Media en un intervalo [a, b] => TVM=$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

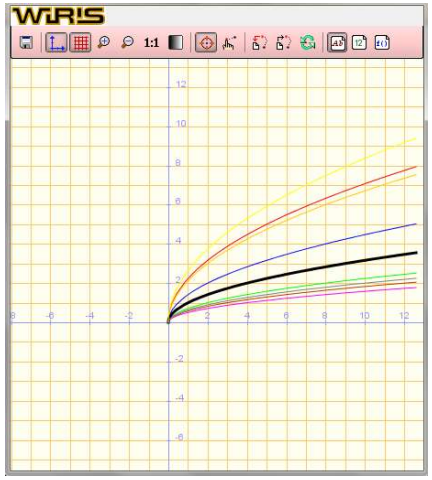
382. Rectas:



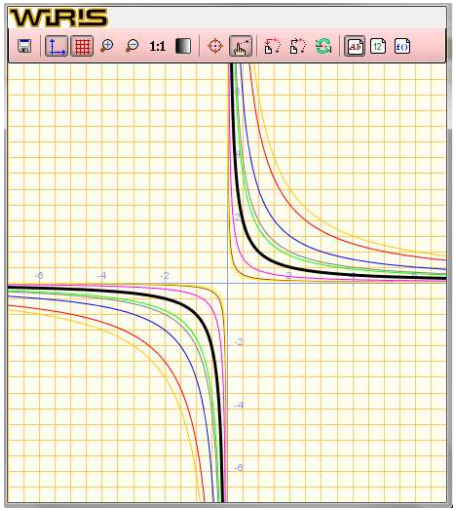
383. Parábolas:



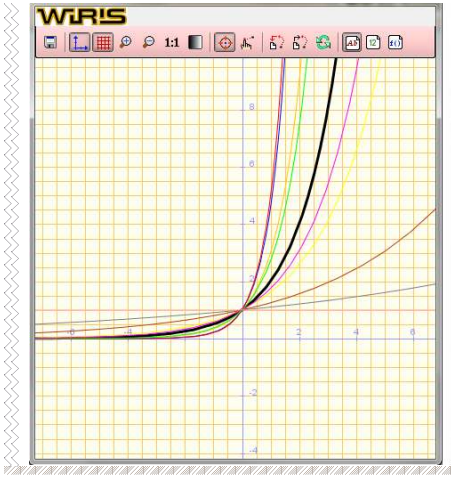
384. Raíces:

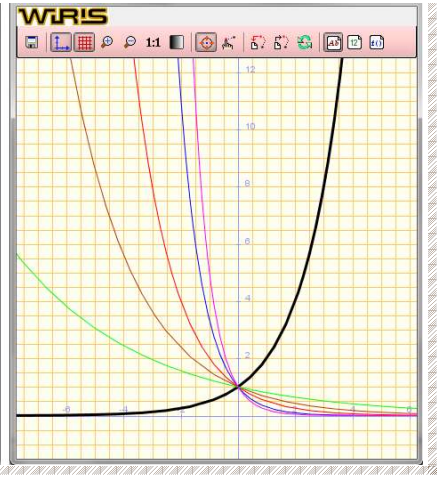


385. Hipérbolas:

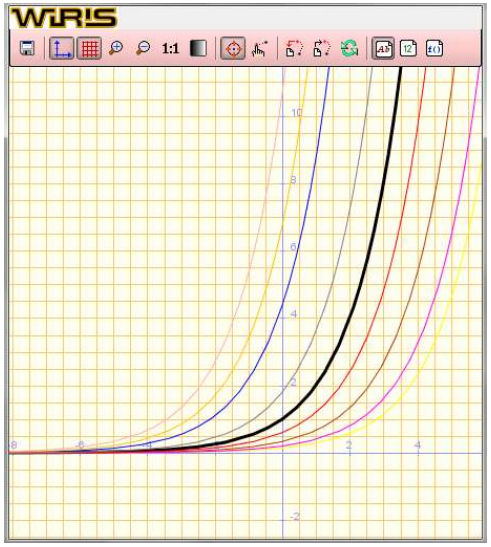


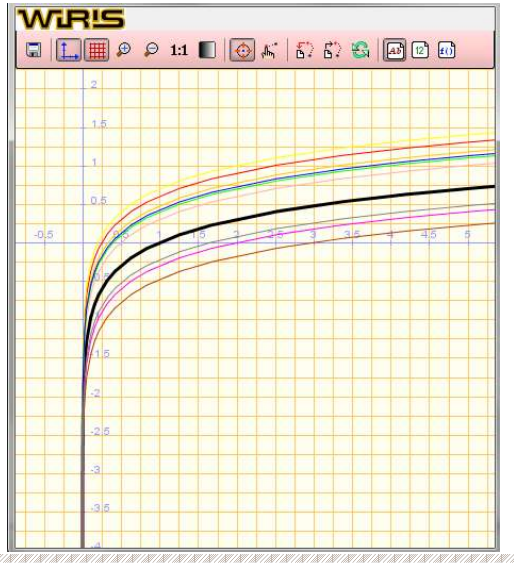
386. Exponenciales:



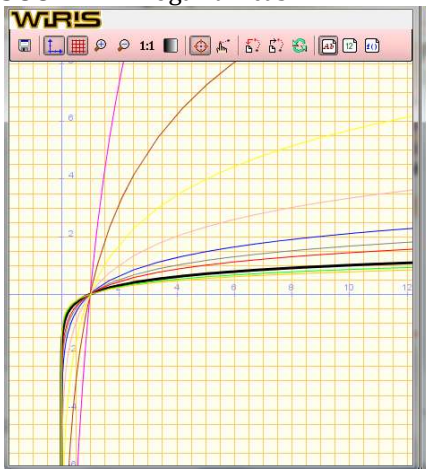


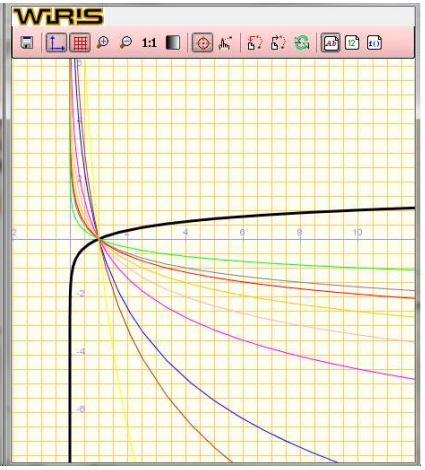
387. Exponenciales $b \cdot a^x$:





388. Logarítmicas:





RECUERDA

SIMETRÍA respecto eje OX => $-f(x)$

SIMETRÍA respecto eje OY => $f(-x)$

DESPLAZAMIENTO arriba/abajo => $f(x)\pm k$

DESPLAZAMIENTO a izquierda/ derecha => $f(x\pm k)$

COMPOSICIONES combinadas=> $\pm f(\pm x \pm k) \pm m$

Tomando de base las gráficas de las funciones modelo, dibuja las siguientes gráficas por composición, con todos los pasos y consignando al final su dominio e imagen resultante. ¿En qué puntos se convierten (después de la composición) los puntos de corte con los ejes de las funciones modelo?

Rectas:

389. $y = -x$
390. $y = x + 1$
391. $y = x - 2$
392. $y = -x + 3$
393. $y = -x - 4$
394. $y = -(x + 5)$
395. $y = -(x - 1)$
396. $y = -(x + 3)$
397. $y = -(7 - x)$
398. $y = -(-6 - x)$

Parábolas:

399. $y = x^2 + 2$
400. $y = x^2 - 3$
401. $y = -x^2$
402. $y = -x^2 + 4$
403. $y = -x^2 - 1$
404. $y = (x + 1)^2$
405. $y = (x - 2)^2$
406. $y = (x + 4)^2 + 1$
407. $y = (x + 5)^2 - 3$
408. $y = (x - 6)^2 + 5$
409. $y = (x - 3)^2 - 7$
410. $y = -(x + 8)^2$
411. $y = -(x - 5)^2$
412. $y = -(x + 2)^2 + 1$
413. $y = -(x + 3)^2 - 5$
414. $y = -(x - 1)^2 + 4$
415. $y = -(x - 4)^2 - 2$
416. $y = 1 - (x - 1)^2$
417. $y = -3 + (x + 5)^2$

Puedes obtener $h(x)=(-x+9)^2$ de dos maneras distintas:

1) Haciendo primero una simetría de eje OY y luego un desplazamiento a la derecha, es decir, primero composición de tipo **f(–x)** => $g(x)=f(-x)=(-x)^2$ y luego de tipo **f(x–k)** => $h(x)=g(x-9)=(-(x-9))^2=(-x+9)^2$
2) Haciendo primero un desplazamiento a la izquierda y luego una simetría de eje OY, es decir, primero composición de tipo **f(x+k)** => $g(x)=f(x+9)=(x+9)^2$ y luego de tipo **f(–x)** => $h(x)=g(-x)=(-x+9)^2$

¡OJO No te equivoques con los desplazamientos derecha/izquierda!

418. $y = (-x + 9)^2$
419. $y = (-x - 7)^2$
420. $y = (-x + 5)^2 + 1$
421. $y = (-x + 1)^2 - 2$
422. $y = (-x - 3)^2 + 6$
423. $y = (-x - 2)^2 - 4$
424. $y = -(-x - 1)^2$
425. $y = -(-x + 3)^2$
426. $y = -(-x + 5)^2 + 2$
427. $y = -(-x + 3)^2 - 1$
428. $y = -(-x - 3)^2 + 6$
429. $y = -(-x - 4)^2 - 3$

Raíces:

430. $y = \sqrt{x} - 3$
431. $y = \sqrt{x} + 2$
432. $y = -\sqrt{x}$

433. $y = -\sqrt{x} + 6$
434. $y = -\sqrt{x} - 7$
435. $y = \sqrt{x+1}$
436. $y = \sqrt{x-2}$
437. $y = \sqrt{x+3} + 1$
438. $y = \sqrt{x-6} + 1$
439. $y = \sqrt{x+4} - 5$
440. $y = \sqrt{x-5} - 2$
441. $y = -\sqrt{x+7}$
442. $y = -\sqrt{x-9}$
443. $y = -\sqrt{x+2} + 3$
444. $y = -\sqrt{x-1} + 2$
445. $y = -\sqrt{x+5} - 1$
446. $y = -\sqrt{x-3} - 2$
447. $y = \sqrt{-x}$
448. $y = \sqrt{-x} + 4$
449. $y = \sqrt{-x} - 5$

Puedes obtener h(x)= $\sqrt{-x-2}$ de dos maneras distintas:

1) Haciendo primero una simetría de eje OY y luego un desplazamiento a la izquierda, es decir, primero composición de tipo **f(–x)** => g(x)=f(–x)=$\sqrt{-x}$ y luego de tipo **f(x+k)** => h(x)=g(x+2)=$\sqrt{-(x+2)} = \sqrt{-x-2}$.
2) Haciendo primero un desplazamiento a la derecha y luego una simetría de eje OY, es decir, primero composición **f(x–2)** => g(x)=f(x–2)=$\sqrt{x-2}$ y luego de tipo **f(–x)** => h(x)=g(–x)=$\sqrt{-x-2}$.

¡OJO No te equivoques con los desplazamientos derecha/izquierda!
¡Ayúdate para razonar del dominio de la función!

450. $y = \sqrt{-x-2}$
451. $y = \sqrt{-x+2}$
452. $y = -\sqrt{-x-1}$
453. $y = -\sqrt{-x+1}$
454. $y = -\sqrt{-x+6} + 4$
455. $y = -\sqrt{-x-4} + 7$
456. $y = -\sqrt{-x+8} - 6$
457. $y = -\sqrt{-x-7} - 5$
458. $y = -\sqrt{3-x}$
459. $y = 1 - \sqrt{-x}$
460. $y = 5 - \sqrt{-2-x}$
461. $y = -3 + \sqrt{4-x}$
462. $y = -(4 + \sqrt{x-6})$
463. $y = 2 + \sqrt{-(x+1)}$
464. $y = 3 - \sqrt{-(7-x)}$

Hipérbolas:

En los siguientes ejercicios, consigna también dónde van a parar las asíntotas horizontal y vertical de la función modelo y=1/x.

465. $y = -\frac{1}{x}$
466. $y = \frac{1}{x} + 4$
467. $y = \frac{1}{x} - 3$
468. $y = -\frac{1}{x} + 2$
469. $y = -\frac{1}{x} - 7$
470. $y = \frac{1}{x+5}$
471. $y = \frac{1}{x-2}$
472. $y = -\frac{1}{x+9}$
473. $y = -\frac{1}{x-8}$
474. $y = \frac{1}{x+5} + 2$
475. $y = \frac{1}{x-1} + 9$
476. $y = \frac{1}{x+3} - 7$
477. $y = \frac{1}{x-6} - 5$

478. $y = -\frac{1}{x+7} + 3$
479. $y = -\frac{1}{x-4} + 8$
480. $y = -\frac{1}{x+8} - 2$
481. $y = -\frac{1}{x-2} - 6$
482. $y = -\frac{-1}{x}$
483. $y = -\frac{1}{4-x}$
484. $y = -\frac{1}{-2-x}$
485. $y = -\frac{-1}{5-x}$
486. $y = -\frac{1}{-6-x}$
487. $y = -\frac{-1}{x} - 7$
488. $y = -\frac{1}{8-x} + 2$
489. $y = -\frac{1}{-1-x} - 4$
490. $y = -\frac{-1}{3-x} + 1$
491. $y = -\frac{1}{-2-x} - 3$
492. $x \cdot y = 1$
493. $\frac{1}{x} - y = 2$
494. $(x-3) \cdot y = 1$
495. $y \cdot (x+4) = 1$
496. $x \cdot y + 6 = 5$
497. $(y+7) \cdot x = 1$
498. $x \cdot (y-5) = 1$
499. $y = \frac{-1+x}{x}$
500. $y = \frac{1-x}{x} + 9$
501. $x \cdot y = 3$
502. $2x \cdot y - y + 4 = 0$
503. $-x \cdot y - 3y = 2$
504. $x \cdot y - 7 = 10$
505. $y \cdot x - 3 = 5y$

Exponenciales:

En los siguientes ejercicios, consigna también dónde va a parar la asíntota horizontal de la función modelo $y=a^x$.

506. $y = 2^x$
507. $y = 2^x + 6$
508. $y = 2^x - 7$
509. $y = 2^{x+3}$
510. $y = 2^{x-4}$
511. $y = 2^{x+1} + 5$
512. $y = 2^{x+7} - 4$
513. $y = 2^{x-8} + 3$
514. $y = 2^{x-5} - 1$
515. $y = -3^x$
516. $y = -3^x - 2$
517. $y = -3^x + 4$
518. $y = -3^{x+5}$
519. $y = -3^{x-6}$
520. $y = -3^{x+1} + 8$
521. $y = -3^{x+5} - 6$
522. $y = -3^{x-7} + 2$
523. $y = -3^{x-9} - 2$
524. $y = 5^{-x}$
525. $y = 5^{-x} + 1$
526. $y = 5^{-x} - 3$

¡OJO No te equivoques con los desplazamientos derecha/izquierda!

527. $y = 7^{-(x+1)}$
528. $y = 7^{-(x-2)}$

529. $y = 7^{-(x+5)} + 3$
530. $y = 7^{-(x+4)} - 6$
531. $y = 7^{-(x-6)} + 8$
532. $y = 7^{-(x-3)} - 1$
533. $y = -6^{-(x+3)}$
534. $y = -6^{-(x-5)}$
535. $y = -6^{-(x+1)} + 3$
536. $y = -6^{-(x+3)} - 7$
537. $y = -6^{-(x-2)} + 8$
538. $y = -6^{-(x-5)} - 4$

¡OJO! Recuerda siempre sacar factor común para conseguir la x en positivo y poder aplicar primero la simetría del eje OY.

539. $y = 5^{-x+1}$
540. $y = 5^{-x-3}$
541. $y = 5^{-x+2} + 7$
542. $y = 5^{-x+6} - 4$
543. $y = 5^{-x-4} + 2$
544. $y = 5^{-x-8} - 1$
545. $y = -4^{-x}$
546. $y = -4^{-x} + 9$
547. $y = -4^{-x} - 7$
548. $y = -4^{-x+5}$
549. $y = -4^{-x-7}$
550. $y = -4^{-x+2} + 3$
551. $y = -4^{-x+1} - 5$
552. $y = -4^{-x-6} + 2$
553. $y = -4^{-x-3} - 6$
554. $y = 8^{-(2-x)}$
555. $y = 8^{-(-x-1)}$
556. $y = 8^{-(4-x)} + 2$
557. $y = 8^{-(-x+3)} - 5$
558. $y = 8^{-(-x-7)} + 3$
559. $y = 8^{-(-x-9)} - 1$
560. $y = -9^{-(-x+2)}$
561. $y = -9^{-(-6-x)}$
562. $y = -9^{-(-3-x)} + 5$
563. $y = -9^{-(-x-5)} - 1$
564. $y = -9^{-(4-x)} - 7$
565. $y = -9^{-(-x+1)} + 3$

Logarítmicas:

En los siguientes ejercicios, consigna también dónde va a parar la asíntota vertical de la función modelo $y=\log_a(x)$.

566. $y = log_2(x) - 3$
567. $y = log_2(x) + 5$
568. $y = log_2(x + 3)$
569. $y = log_2(x - 4)$
570. $y = log_2(x + 2) + 3$
571. $y = log_2(x - 5) + 7$
572. $y = log_2(x + 1) - 6$
573. $y = log_2(x - 8) - 7$
574. $y = -log_5(x) - 1$
575. $y = -log_5(x) + 4$
576. $y = -log_5(x + 2)$
577. $y = -log_5(x - 9)$
578. $y = -log_5(x + 1) + 6$
579. $y = -log_5(x - 3) + 2$
580. $y = -log_5(x + 4) - 1$
581. $y = -log_5(x - 6) - 9$

¡OJO No te equivoques con los desplazamientos derecha/izquierda!

582. $y = log_3(-x)$
583. $y = log_3(-x) + 2$
584. $y = log_3(-x) - 6$
585. $y = log_3(-x + 1)$
586. $y = log_3(-x - 2)$
587. $y = log_3(-x + 5) + 2$
588. $y = log_3(-x - 7) + 6$
589. $y = log_3(-x + 8) - 1$
590. $y = log_3(-x - 4) - 7$
591. $y = -log_{1,5}(-x)$
592. $y = -log_{1,5}(-x) + 1$
593. $y = -log_{1,5}(-x) - 3$
594. $y = -log_{1,5}(-x + 4)$
595. $y = -log_{1,5}(-x - 3)$
596. $y = -log_{1,5}(-x + 6) + 1$
597. $y = -log_{1,5}(-x - 1) + 5$
598. $y = -log_{1,5}(-x + 2) - 4$
599. $y = -log_{1,5}(-x - 9) - 6$
600. $y = -log_2(-x)$
601. $y = -log_5(-x) - 4$
602. $y = -log_2(x + 1)$
603. $y = -log_2(x - 2)$
604. $y = -log_3(x) + 5$
605. $y = -log_3(-x) - 1$
606. $y = -log_3(x + 6) - 8$
607. $y = -log_3(x - 7) - 9$
608. $y = -log_5(x + 2) - 2$

FUNCIONES A TROZOS

RECUERDA

Tasa de Variación Media en un intervalo [a, b] => TVM= $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Con rectas y parábolas

Dibuja y describe (con los 8 puntos estudiados) las siguientes funciones (si alguna no está bien definida, arregla el problema y sigue)**. Da en cada ejercicio, además, la TVM en un intervalo de tu elección:**

609. $f(x) = \begin{cases} x+4 & x<0 \\ -x+4 & 0<x<4 \\ 0 & x\geq 4 \end{cases}$

610. $g(x) = \begin{cases} -(x+4)^2 & x\leq -3 \\ -x+5 & -3<x<2 \\ -3 & x\geq 2 \end{cases}$

611. $m(x) = \begin{cases} -x-2 & -6<x\leq -2 \\ -3x-5 & -1<x<1 \\ -(x-2)^2 & x>1 \end{cases}$

612. $h(x) = \begin{cases} 2x+2 & x<1 \\ 4 & 1\leq x<3 \\ -x & x\geq 3 \end{cases}$

613. $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x\leq -2 \\ x^2+1 & -2<x<3 \\ 5 & x\geq 3 \end{cases}$

614. $f(x) = \begin{cases} -3x+2 & -3<x<-1 \\ 0 & -1\leq x<4 \\ x^2+10x+25 & x\leq -3 \end{cases}$

615. $$f(x)=\begin{cases} x^2+6x+8 & x\le -2 \\ -x-2 & -2<x\le 0 \\ 5 & x>0 \end{cases}$$

616. $$f(x)=\begin{cases} -x-3 & -5<x<0 \\ 5 & 1\le x<6 \\ (x-8)^2+1 & x\ge 6 \end{cases}$$

Añadiendo hiperbólicas, raíces, exponenciales y logarítmicas
Dibuja y describe (con los 8 puntos estudiados) las siguientes funciones (si alguna no está bien definida, arregla el problema y sigue). **Da en cada ejercicio, además, la TVM en un intervalo de tu elección:**

617. $$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{x+5} & x<-5 \\ -(x+2)^2 & x\ge -5 \end{cases}$$

618. $$f(x)=\begin{cases} x+1 & -5<x<0 \\ \sqrt{x-1}+5 & 1\le x<6 \\ (x-7)^2+1 & x\ge 6 \end{cases}$$

619. $$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & x<-2 \\ 3^x & -2\le x<2 \\ 7 & x\ge 2 \end{cases}$$

620. $$g(x)=\begin{cases} 3^{x+1} & x<1 \\ x^2-8x+10 & 1<x<7 \\ 3 & 7\le x<12 \end{cases}$$

621. $$f(x)=\begin{cases} (1{,}25)^{-x} & x\le 0 \\ 1-x & x>0 \end{cases}$$

622. $$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x+3}+2 & x\le -1 \\ e^x & -1<x<2 \\ \log_2 x & x\ge 2 \end{cases}$$

623. $$f(x)=\left\{\begin{array}{ll} -(x+3)^2 & x\le -3 \\ 3^{x-2} & -3<x\le 2 \\ 1+\sqrt{x-2} & 2<x\le 5 \end{array}\right\}$$

CÁLCULO DE DOMINIOS

FUNCIONES FRACCIONARIAS IRREDUCIBLES (algebraicas racionales)

624. $y = \frac{2}{x} + 4$
625. $y = -\frac{5}{x} + 2$
626. $y = -\frac{-3}{x} - 1$
627. $y = \frac{7}{x^2} - 3$
628. $y = -\frac{1}{x^2} - 7$
629. $y = \frac{1}{x+5}$
630. $y = \frac{1}{x-2}$
631. $y = -\frac{1}{x+9}$
632. $y = -\frac{1}{-x-8}$
633. $y = \frac{4x-3}{-x+5} + 2$
634. $y = \frac{x^2}{-x-1} + 9$
635. $y = \frac{1}{x+3} - 6x$
636. $y = \frac{8x}{-x-6} - 5x^2$
637. $y = \frac{3x^2-x}{-x+7} + 3$
638. $y = -\frac{1}{x-4} + 8x$
639. $y = \frac{x+5}{-x+8} - 2$
640. $y = -\frac{4x^2-1}{-x-2} - 6$
641. $y = \frac{x}{-x+3} - 7$
642. $y = -\frac{3}{(x-2)\cdot(x+1)} - x$
643. $y = -\frac{1}{(x-1)^2}$
644. $y = 2x + \frac{x+4}{-x\cdot(x+6)}$
645. $y = -\frac{7x+1}{x^2+x}$
646. $y = -\frac{-1}{x^2-1}$
647. $y = \frac{5}{4-x^2}$
648. $y = \frac{x+2}{-9-x^2}$
649. $y = -\frac{3}{25-10x+x^2}$
650. $y = -\frac{x}{-6-x^2} + 1$
651. $y = -\frac{9}{x^2+x+1} - 4$
652. $y = -\frac{x^2}{1-x^2} - 5x$
653. $y = -\frac{-1}{-6+x+x^2} + 16$
654. $y = -2 - \frac{x^3}{x^3-2x^2-x+2}$
655. $y = 9x - \frac{2x+1}{8+10x+x^2-x^3}$
656. $y = \frac{-5x}{x^3+3x^2+3x+1}$
657. $y = 4 + \frac{x+7}{(8x+24)\cdot(9-2x)}$
658. $y = \frac{4}{-3x^3-9x^2+27x-15}$

659. $y = \frac{5x+1}{x\cdot(3x-12)}$

FUNCIONES CON RAÍCES (algebraicas irracionales)

RECUERDA

$R^* \equiv R - \{0\}$ $R^+ \equiv (0, +\infty)$ $R^- \equiv (-\infty, 0)$

Raíces

RECUERDA

$\sqrt[PAR]{radicando \geq 0}$ $\sqrt[IMPAR]{cualquier\ radicando}$

660. $y = -2 + \sqrt{-x+3}$
661. $y = \sqrt[3]{x+2}$
662. $y = 3 - \sqrt{x+5}$
663. $y = \sqrt{6-x} - 9$
664. $y = -(4 + \sqrt{x-7})$
665. $y = \sqrt{-x^2+9}$
666. $y = -\sqrt{x^2-4}$
667. $y = 1 - \sqrt{36-x^2}$
668. $y = -\sqrt[3]{-x^2-16}$
669. $y = \sqrt[4]{-25-x^2}$
670. $y = 3x - \sqrt{8-x^3}$
671. $y = 2 + \sqrt{-(x^3-1)}$
672. $y = \sqrt{x^3-3x^2+3x-1} - 1$
673. $y = 3x - \sqrt[4]{(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+2)}$
674. $y = x^2 + \sqrt{(x^2+1)\cdot(x-4)}$
675. $y = (2-x)\cdot\sqrt{x^3+8}$
676. $y = \sqrt[4]{(x-5)^3\cdot(x-1)^2\cdot x}$
677. $y = -\sqrt[3]{-x^2+12}$
678. $y = \sqrt[6]{(x-3)^2\cdot(x+1)\cdot x^3}$
679. $y = 3 - \sqrt[4]{9x^2-1}$
680. $y = \sqrt[5]{-x^3+3}$
681. $y = -\sqrt[8]{(x^2-4)\cdot(2x+1)\cdot(x^2+9)}$
682. $y = -\sqrt[6]{-x^3-8}$
683. $y = -\sqrt[4]{(x^2-1)\cdot(x+5)}$
684. $y = \sqrt[6]{(9-x^2)\cdot(2-x)}$
685. $y = 5 + \sqrt[8]{(x^3-1)\cdot((4x^2-9)}$
686. $y = -\sqrt[5]{(7x^2-x+1)\cdot(-x+3)}$
687. $y = -(2x+5)\cdot\sqrt[4]{(-x^2-6x)\cdot(7-x)}$

FUNCIONES CON RAÍCES EN FRACCIONES IRREDUCIBLES (algebraicas irracionales)

RECUERDA

Raíces en el denominador $\sqrt[PAR]{radicando > 0}$, $\sqrt[IMPAR]{radicando \neq 0}$

688. $y = \frac{2}{\sqrt{x+3}}$
689. $y = -\frac{1}{\sqrt{2-2x^2}}$
690. $y = -\frac{1}{\sqrt{-x^2+25}}$
691. $y = -\frac{-1}{\sqrt{-6+x+x^2}}$
692. $y = -\frac{1}{\sqrt{-(1+x^2)}}$

693. $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2-4x+4}}$

694. $y = -\frac{5}{\sqrt{-x^2-x-1}}$

695. $y = -\frac{5}{\sqrt[5]{x^2-2x+4}}$

696. $y = \frac{1}{\sqrt[4]{2x^2+6x+4}}$

697. $y = -\frac{3}{\sqrt{-35+12x-x^2}}$

698. $y = -\frac{x}{\sqrt[4]{x^2+x+1}}$

699. $y = -\frac{x+2}{\sqrt{25-10x+x^2}}$

700. $y = \frac{-x}{\sqrt[6]{-x\cdot(x-7)}} + 1$

701. $y = 3 - \frac{-x+8}{\sqrt{x\cdot(x-2)\cdot(x+1)}}$

702. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4-x^2}}$

703. $y = \frac{-\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}}$

704. $y = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{-4-x}}$

705. $y = -\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+7}}$

706. $y = \frac{\sqrt[4]{-x}}{\sqrt[3]{x^2-5x+4}}$

707. $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt[4]{x^3-2x^2-x+2}}$

708. $y = -\frac{\sqrt[3]{-2x+5}}{\sqrt{8+10x+x^2-x^3}}$

709. $y = \frac{\sqrt{4+x}}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

710. $y = \frac{\sqrt[6]{x^4-16}}{\sqrt[3]{5-x}}$

Logarítmicas

RECUERDA

SÍ vale $log_a(positivo)$, NO $log_a(\sout{negativo})$, NO $log_a(\sout{cero})$

711. $y = log_2(x) - 2$

712. $y = -log_3(x^2) + 5$

713. $y = log_3(-x) - 6$

714. $y = -log_2(-x)^4 - 1$

715. $y = log_4(x+2) + 3$

716. $y = log_3(x-5) + 2$

717. $y = -log_3(x+6) - 8$

718. $y = -log_3(x^2-25) - 7$

719. $y = log_7(-x-2)^2$

720. $y = -log_3(-x^2+9) + 5$

721. $y = log_3(-x-7)^2 + 3$

722. $y = log_3(-x^2-4) - 2$

723. $y = -log_8(-x^2+16) - 1$

724. $y = log_5(x^2+1)$

725. $y = log_5(x^3+1)$

726. $y = -log_8(-x^3+8) - 1$

727. $y = \log(x^3 - 5x^2 + 8x - 4)$

728. $y = \log_7(2x^3 - 18x)$

729. $y = -\log_4(3x^2 + 6x + 27) + 6$

FUNCIONES ALGEBRAICAS RACIONALES. ESTUDIO Y GRÁFICAS.

FUNCIONES POLINÓMICAS
(algebraicas racionales enteras)

Di el dominio (todos los reales), estudia el signo (ayudándote de las inecuaciones asociadas), estudia si existe simetría (si es par o impar) y dibuja grosso modo la gráfica de las siguientes funciones (corrígelas con software matemático):

RECUERDA

Funciones polinómicas: 1º) Dominio=> $x \in R$; 2º) continuas en todo su dominio (todos los reales); 3º) trazos de las gráficas siempre suaves (sin picos).

Signo: raíces con multiplicidad impar combinan el signo de la función en ese tramo => a derecha e izquierda de esa raíz serán de distinto signo; raíces con multiplicidad par no cambian el signo de la función en ese tramo => a derecha e izquierda de esa raíz serán del mismo signo.

Simetría: Par si $f(-x)=f(x)$ Impar si $f(-x)=-f(x)$

730. $f(x) = 5x^3 - 20x$
731. $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$
732. $f(x) = x^5 + x^3 - 20x$
733. $f(x) = -x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 20x + 24$
734. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 15x^2 - 4x + 20$
735. $f(x) = x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18$
736. $f(x) = x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 36x^2 - 27x$
737. $f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 5x - 2$
738. $f(x) = x^5 + 7x^4 + 14x^3 + 2x^2 - 15x - 9$
739. $f(x) = -x^4 + 8x^3 - 23x^2 + 28x - 12$
740. $f(x) = x^4 + 7x^3 + 12x^2 - 4x - 16$
741. $f(x) = 2x^4 - 18x^2 + 8x + 24$
742. $f(x) = -3x^5 - 24x^2$
743. $f(x) = x^5 - 2x^4 - 13x^3 + 26x^2 + 36x - 72$
744. $f(x) = x^5 - 5x^4 - 17x^3 + 85x^2 + 16x - 80$
745. $f(x) = x^5 - 10x^4 + 22x^3 - 4x^2 - 23x + 14$
746. $f(x) = x^5 + x^4 - 13x^3 - x^2 + 48x - 36$
747. $f(x) = -x^4 - 2x^3 - x^2 + 4$
748. $f(x) = x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 6x + 9$
749. $f(x) = 2x^6 + 7x^5 + x^4 - 7x^3 - 3x^2$
750. $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 21x^2 + 4x - 12$
751. $f(x) = 3x^4 - 19x^3 + 44x^2 - 44x + 16$
752. $f(x) = x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 4x - 12$
753. $f(x) = x^5 + 4x^4 - 5x^3 - x^2 - 4x + 5$
754. $f(x) = x^5 - 18x^3 + 81x$

Para estudiar usando f(x)±k

755. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 10$
756. $f(x) = -x^3 - 10x^2 - 10x - 9$
757. $f(x) = x^6 - 50x^4 + 625x^2 + 4$

FUNCIONES FRACCIONARIAS IRREDUCIBLES
(algebraicas racionales)

Di el dominio, estudia el signo (ayudándote de las inecuaciones asociadas), estudia si existe simetría (si es par o impar) y dibuja grosso modo la gráfica de las siguientes funciones (corrígelas con software matemático):

RECUERDA

Los valores de x que anulan el denominador no formarán parte del dominio y su gráfica presentará en ellos asíntotas verticales x=a.

758. $f(x) = \frac{-2x-1}{(x+1)\cdot(x-2)}$

759. $f(x) = \frac{x-3}{(x-1)\cdot x}$

760. $f(x) = \frac{x^2-4}{(x+5)^2\cdot(x+3)}$

761. $f(x) = \frac{3x+5}{x^2\cdot(x+2)}$

762. $f(x) = \frac{-x^3-8}{(x+3)\cdot(x^2-16)}$

763. $f(x) = \frac{-x}{(x-9)\cdot(x-6)\cdot(x+7)}$

764. $f(x) = \frac{x^2+1}{x\cdot(x-1)\cdot(x-3)}$

765. $f(x) = \frac{x\cdot(9-x^2)}{(x^2+x+1)\cdot(x-4)}$

766. $f(x) = \frac{(8-2x^2)}{(x^2+4)\cdot(x-5)}$

767. $f(x) = \frac{200\cdot(x+6)}{x^4+3x^2}$

768. $f(x) = \frac{-x-7}{x^3+2x^2-4x-8}$

769. $f(x) = \frac{-x^2}{x^3+5x^2+3x-9}$

770. $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{-2x^2-8x+1}$

771. $f(x) = \frac{x^2+8x+1}{x^2-2x-15}$

772. $f(x) = \frac{x}{x^3-6x^2-7x+60}$

773. $f(x) = \frac{x}{x^3-5x^2-4x+2}$

TENDENCIA Y LÍMITES

TENDENCIA DE FUNCIONES POLINÓMICAS (algebraicas racionales enteras)

Estudia la tendencia de las siguientes funciones cuando la variable independiente "x" toma valores muy grandes y muy pequeños:

774. $f(x) = -x^3 + 10x - 9$

775. $f(x) = x^5 - 4x^4 - x^2$

776. $f(x) = x^4 + 6x + 1$

777. $f(x) = -2x^6 + 3x^3$

778. $f(x) = x^7 - 6x^4 - 3x^2 + 4x + 3$

779. $f(x) = -3x^6 + 5x^3 - 2x - 1$

TENDENCIA DE FUNCIONES FRACCIONARIAS IRRACIONALES (algebraicas racionales)

Estudia la existencia de asíntotas horizontales y verticales, comprobando el resultado con software matemático:

780. $f(x) = \frac{x^2+4}{x+3}$

781. $f(x) = -\frac{x+1}{x^2+x+2}$

782. $f(x) = -\frac{x^3}{x^2-1}$

783. $f(x) = \frac{3}{16-x^2}$

784. $f(x) = \frac{-x-2}{-9+x^2}$

785. $f(x) = -\frac{7}{9-6x+x^2}$

786. $f(x) = -\frac{x}{-6-x^2}$

787. $f(x) = -\frac{9}{x^2+x+1}$

788. $f(x) = -\frac{x^2}{1-x^3}$

789. $f(x) = \frac{-x}{-6+x+x^2}$

790. $f(x) = \frac{-4x}{10-2x}$

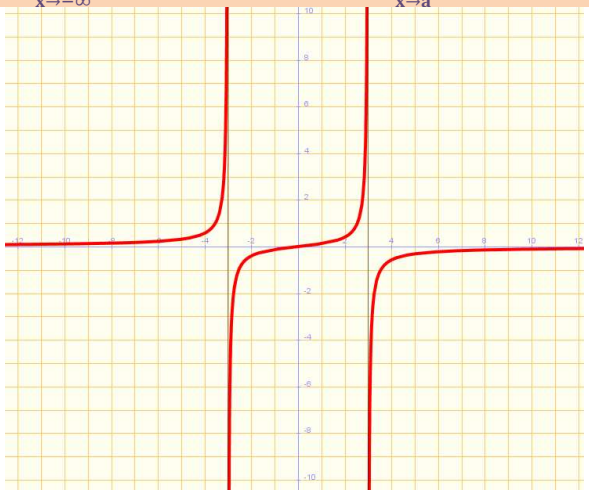
DESCRIPCIÓN Y LÍMITES

Describe las gráficas de acuerdo a los ocho puntos habituales. Estudia los límites pedidos observando las siguientes gráficas y, si existen, da las fórmulas de las asíntotas (verticales x=a, horizontales y=b u oblicuas y=mx+n):

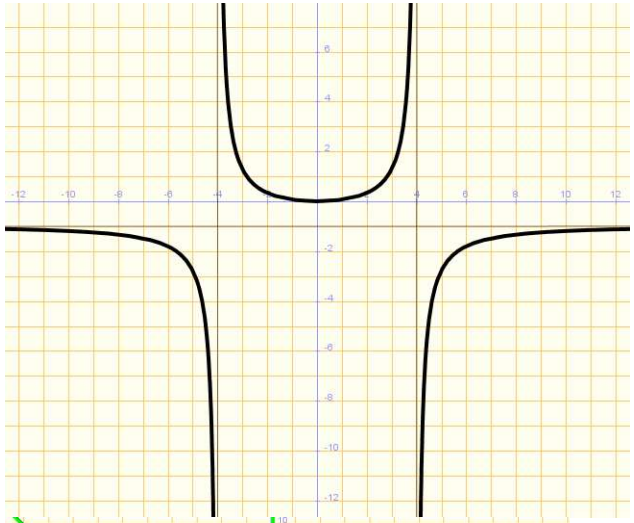
$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to a^+} f(x) =$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to a^-} f(x) =$

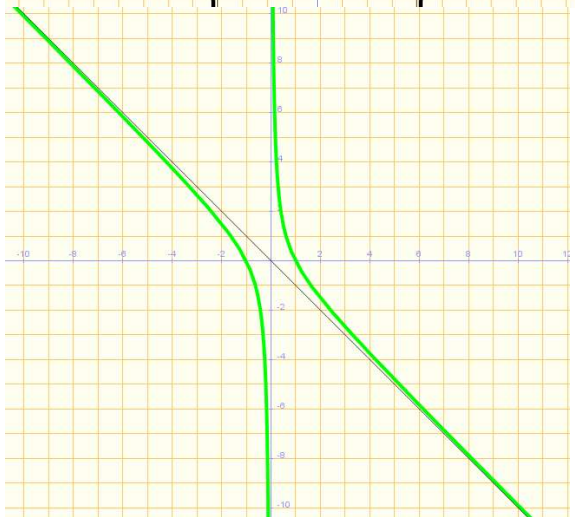
791.



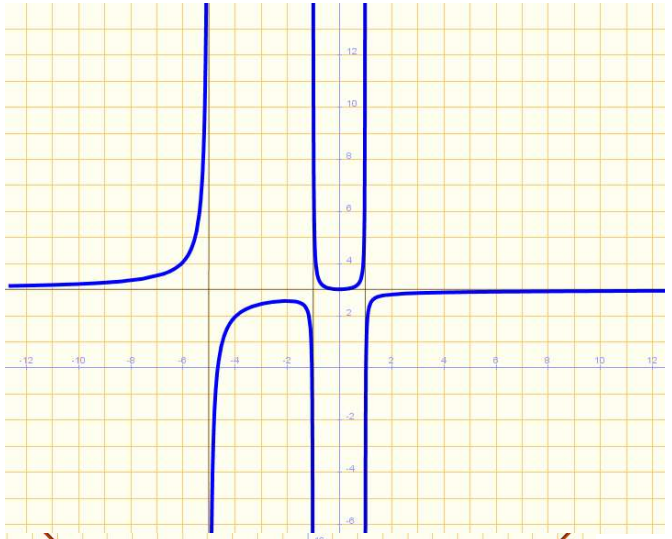
792.



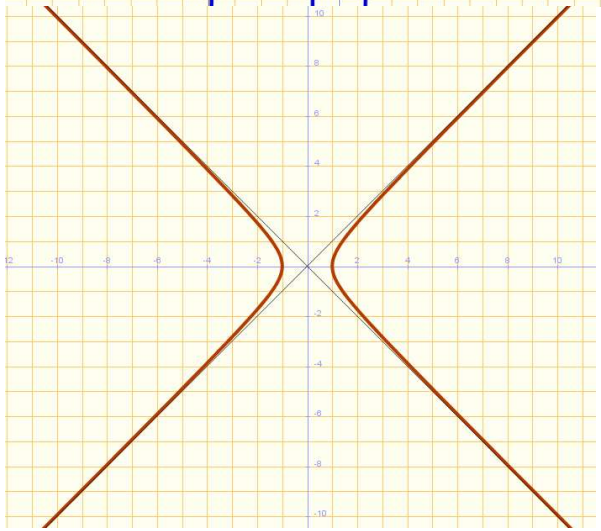
793.



794.

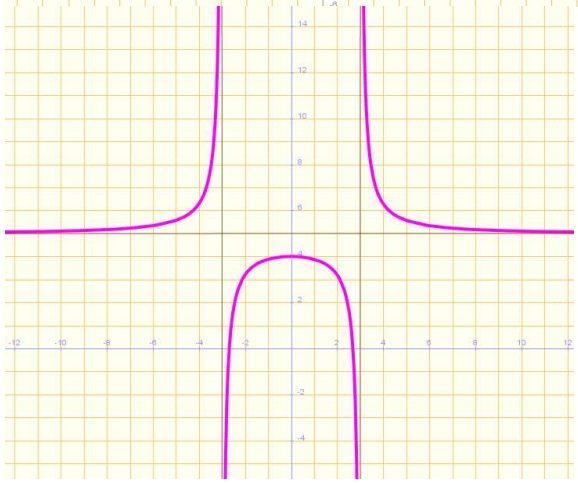


795.

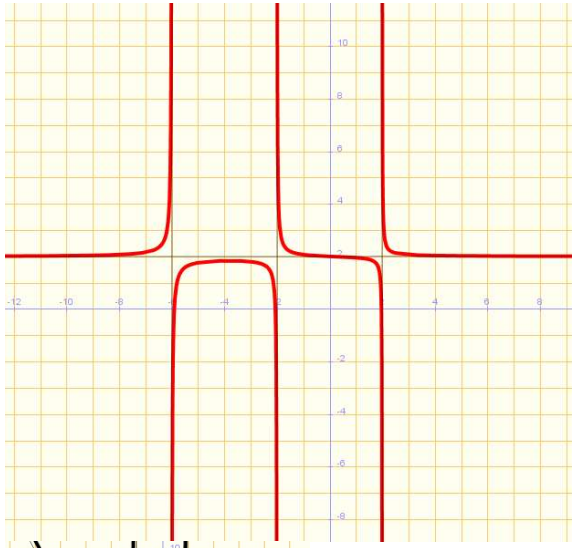


796.

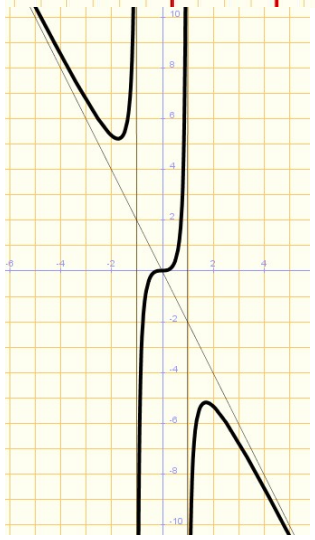
797.



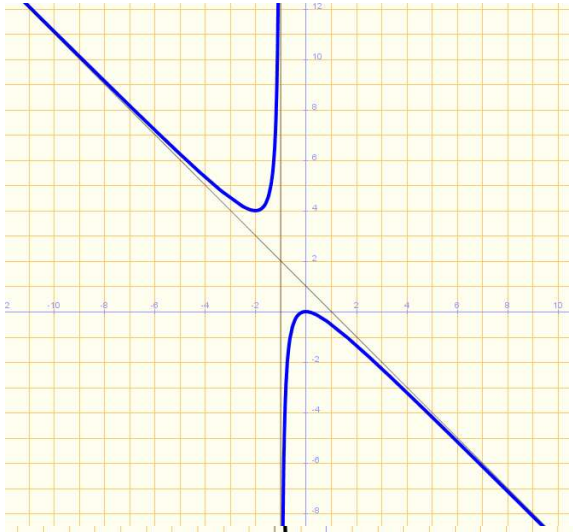
798.



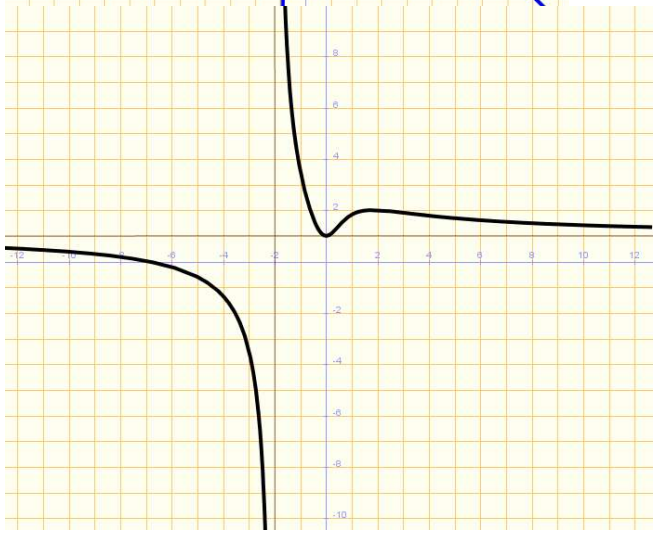
799.



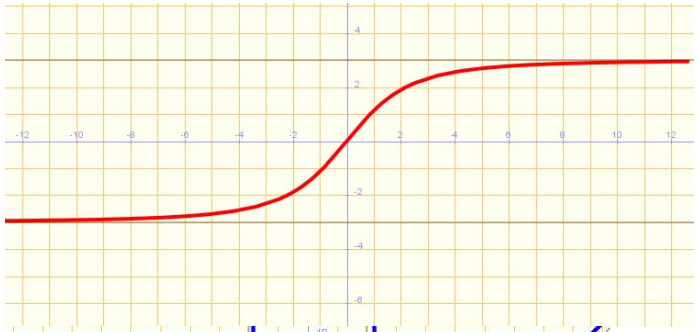
800.



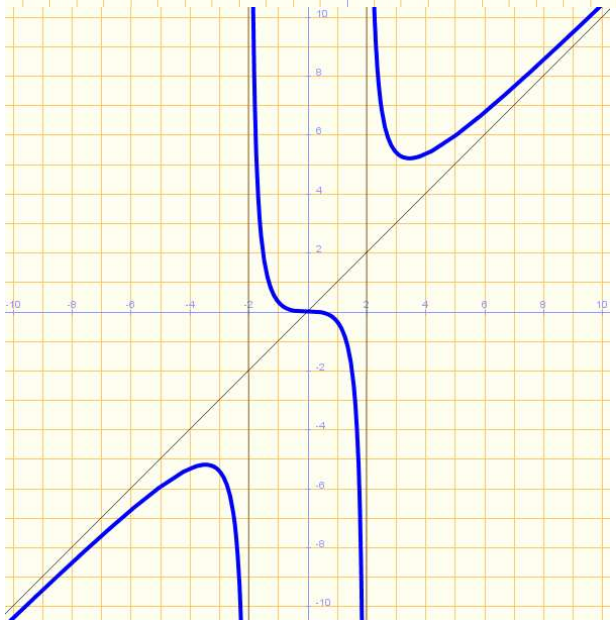
801.



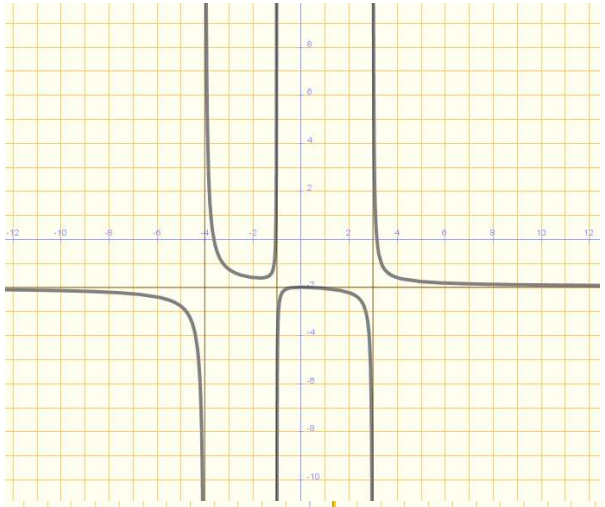
802.



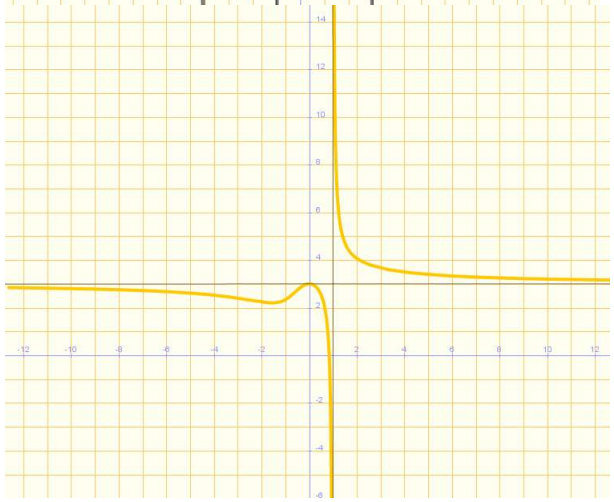
803.



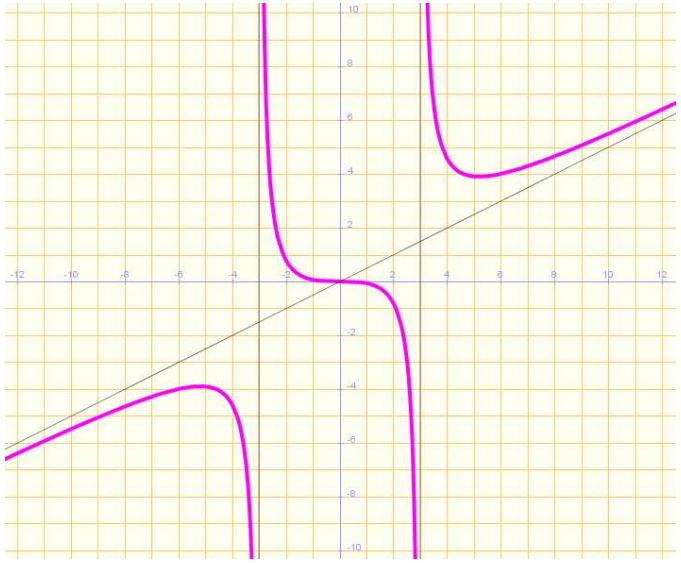
804.



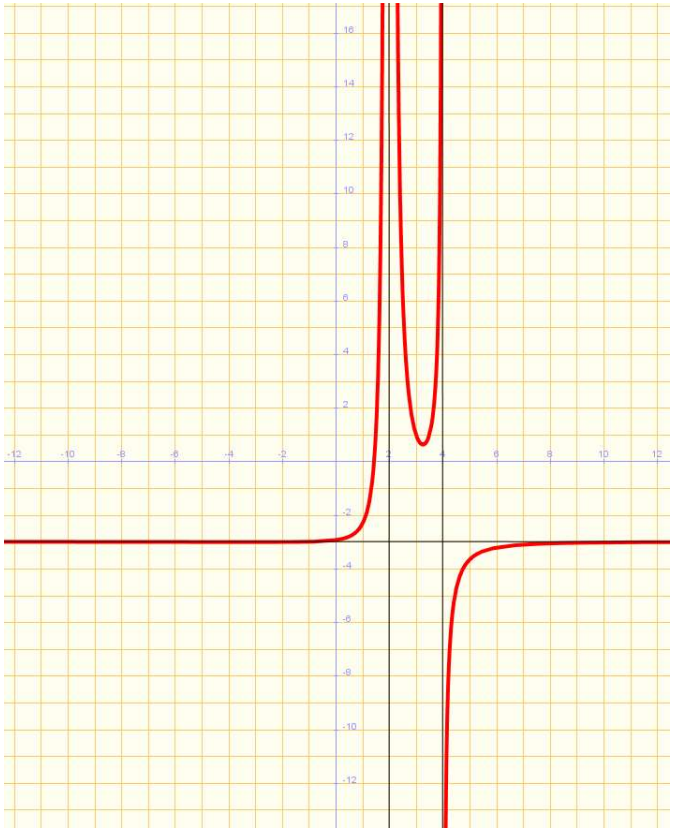
805.



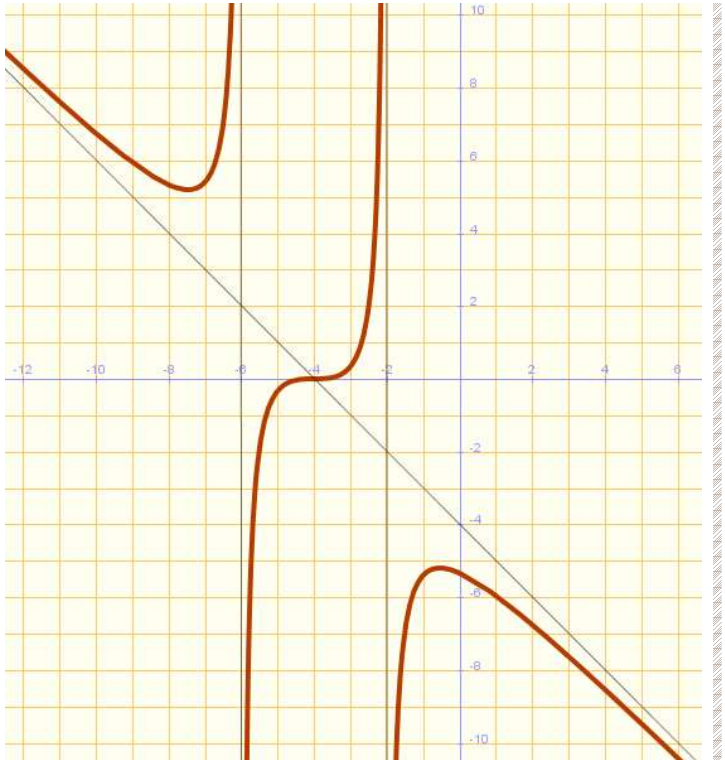
806.



807.



808.



809.

GRÁFICAS CON CONDICIONES

Invéntate gráficas cumpliendo las siguientes condiciones (en caso de no existir, razona la negativa):

810. Dominio x>2; imagen y>6; asíntota vertical x=2; asíntota horizontal y=6; decreciente en todo su dominio.

811. Dominio $x \in R$; imagen $y \in R$; sin asíntotas; siempre creciente.

812. Dominio $x \in R^+$; imagen $y \in R^-$; asíntota vertical en x=0; asíntota horizontal en y=–5; mínimo relativo en P(3, 1).

813. Asíntota horizontal en y=3; máximo relativo en Q(0, 2); creciente para x>4. Nota: puede ser creciente en algún otro intervalo, ¿existiría una función así que solo fuese creciente para x>4?

814. Asíntota vertical en x=1; mínimo absoluto en T(0, 2); concavidad positiva en todo el dominio.

815. Dominio $x \in R$; imagen $y \in (2, 5)$; dos asíntotas horizontales, la primera en y=2 y la segunda en y=5; punto de inflexión en S(7, 3).

816. Dominio $x \in R$; imagen $y \in (-2, 3)$; una sola asíntota horizontal en y=–2; máximo relativo en A(4, 1); punto de inflexión en B(0, 0).

817. Dominio $x \in (-4, 1)$; imagen $y \in [-3, +\infty)$; dos asíntotas verticales, la primera en x=–3 y la segunda x=1; mínimo absoluto en W(–2, –3).

818. Dominio $x \in R$; imagen $y \in [2, +\infty)$; asíntota horizontal en y=2; asíntota vertical en x=–6; máximo relativo en P(–1, 4).

819. Dominio $x \in (-3, +\infty)$; imagen $y \in [-5, +\infty)$; continua en su dominio; una sola asíntota vertical en x=–3; una sola asíntota horizontal en y=5; mínimo absoluto en P(–2, –5); punto de inflexión en Q(0, 0).

820. Dominio $x \in (-\infty, 7)$; asíntota vertical en x=–4; máximo relativo en P(5, 3); concavidad negativa en todo el dominio.

821. Dominio $x \in R - \{-4, 7\}$; solo una asíntota vertical en x=–4; máximo relativo en P(5, 3); concavidad negativa en todo el dominio.

822. Dominio $x \in (-4, 9]$; imagen $y \in [-\infty, 5)$; una asíntota; mínimo relativo en A(0, 0).

823. Dominio x $\in (-3, +\infty)$; imagen y $\in (-\infty, -3)$; continua en su dominio; una asíntota vertical; siempre creciente; un punto de inflexión.

824. Dominio x $\in (-5\ \ 9]$; imagen y $\in$ R; no continua en su dominio; una sola asíntota.